

# 摩擦抵抗の低減を目的とした ヘリングボーンテクスチャの形状最適化 - 摺動速度変更モデルに対する数値実験 -

新田 大晃<sup>1</sup>・岸田 真幸<sup>2</sup>・倉橋 貴彦<sup>3</sup>・井山 徹郎<sup>4</sup>

<sup>1</sup>長岡技術科学大学大学院 工学研究科 工学専攻 機械工学分野  
(Mechanical Engineering, Master's Program, Graduate School of Engineering,  
Nagaoka University of Technology)

<sup>2</sup>長岡技術科学大学大学院 工学研究科 技術科学イノベーション専攻  
(Science of Technology Innovation, 5-year Integrated Doctoral Program, Graduate School of Engineering,  
Nagaoka University of Technology)

<sup>3</sup>長岡技術科学大学 工学研究科 機械系  
(Department of Mechanical Engineering, Institute of GIGAKU, Nagaoka University of Technology)

<sup>4</sup>機械工学科  
(Department of Mechanical Engineering, National Institute of Technology, Nagaoka College)

Shape optimization of herringbone textures  
for minimization of the friction coefficient  
- Numerical experiments by changing magnitude of sliding velocity -

Hiroaki ARATA<sup>1</sup>, Masayuki KISHIDA<sup>2</sup>, Takahiko KURAHASHI<sup>3</sup>  
and Tetsuro IYAMA<sup>4</sup>

## Abstract

In this study, we present numerical results of texture shape optimization analysis for minimization of the friction coefficient. The Reynolds equation is introduced as the governing equation and discretized in space by the finite element method. The performance function is defined by the friction force. The objective of this study is to find the distribution of the oil film thickness in the textured part i.e., the design variables, in order to minimize the performance function. Here, the adjoint variable method is introduced to replace the constrained optimization problem with an unconstrained optimization problem, and the Lagrange function is derived. The traction method is introduced to obtain the soothed gradient distribution, and the shape update is carried out by using the smoothed gradient. In this study, shape optimization analysis of oil film thickness was performed for a herringbone texture model. Numerical experiments were also conducted for different sliding speeds. In addition, the results are compared with the results of shape optimization of oil film thickness for circular texture by Sasaoka et al<sup>2</sup>).

**Key Words** : Shape optimization, Adjoint variable method, Finite element method, Traction method, Friction coefficient, circular texture, herringbone texture.

## 1. はじめに

従来から産業機器や機械部品の設計において、摺動部の摩擦低減が課題となっている。摩擦を低減する方法の一つとして、摺動面に規則的な微細形状を加工する方法がある。これは、一般的に表面テクスチャリングと呼ばれている。近年、表面テクスチャリングは、レーザー加工などの微細加工技術の向上による加工コストの低減により、摺動面の表面改質技術の一つとして注目されている。

また、表面テクスチャリングにおいて、摺動面の規則的な微細形状をテクスチャと呼ぶ。

以前より、最適なテクスチャの形状を得るために様々な研究が行われてきた。これらの研究は、「深さの最適化」と「表面形状の最適化」の二つに分類される。前者はテクスチャ領域の最適な油膜分布を得ることであり、後者はテクスチャの深さを一定として最適な表面形状を得ることである。

最近の研究では、負荷容量の最大化を目的として、表面形状の最適化をすることにより、ヘリンボーンのような形状が得られている<sup>1)</sup>。本研究では、ヘリンボーンテクスチャについて、摩擦係数の最小化を目的に深さの最適化および摺動速度を変更した場合の数値実験を行った。また、笹岡らが実施した円形テクスチャの最適化結果<sup>2)</sup>との比較も行った。

最適化の計算は、随伴変数法に基づいて行った。また、最適化によって荷重が変化することから、基本油膜厚さの調整によって荷重を一定とする計算を加えた。尚、解析には、FreeFEM++を用いた<sup>3)</sup>。

## 2. 計算モデルと各領域の定義

図-1に計算モデルの簡略図を示す。正方形領域を $\Omega$ 、その境界を $\Gamma_1$ として定義する。また、円形領域をテクスチャと仮定して、その領域を $\omega$ 、境界を $\Gamma_2$ として定義する。ここで、領域 $\Omega$ は、領域 $\omega$ を含んでいる。尚、領域 $\Omega$ での油膜厚さを $h_0$ とし、領域 $\omega$ での油膜厚さを $h$ とする。ここでは、 $h_0$ を基本油膜厚さと呼ぶ。

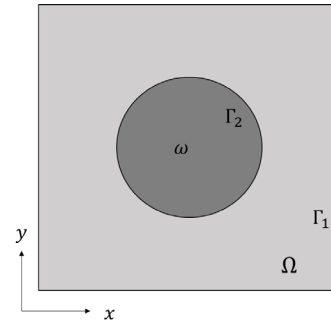


図-1 計算モデルの簡略図

## 3. 随伴変数法の導入

### 3. 1 目的関数と制約関数の定義

本解析では、随伴変数法を導入する。随伴変数法とは、随伴変数を導入し、制約条件下の目的関数の最適化問題を、無制約条件のラグランジュ関数の最適化問題に置き換える手法である。

$$\mu = \frac{F}{W} = \frac{\int_{\Omega} \left( \frac{\eta U}{h} + \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) d\Omega}{\int_{\Omega} p d\Omega} \quad (1)$$

$$F = \int_{\Omega} \left( \frac{\eta U}{h} + \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) d\Omega = J \quad (2)$$

本解析では、摩擦係数の最小化を目的としている。式(1)に示すように摩擦係数 $\mu$ は、分子に摩擦力 $F$ 、分母に荷重 $W$ の値を取る。荷重は、圧力 $p$ を領域で積分して得られるが、領域内の圧力は油膜厚さの最適化によって変化する。したがって、本来は摩擦係数を目的関数とするべきであるが、本解析では式(2)に示すように摩擦力を目的関数 $J$ とし、基本油膜厚さ $h_0$ の調整によって荷重を一定とする。ここで、 $\eta$ は粘性係数、 $U$ は流速、 $h$ は油膜厚さ、 $p$ は圧力を示す。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6\eta U \frac{\partial h}{\partial x} \text{ in } \Omega \quad (3)$$

支配方程式を式(3)に示すレイノルズ方程式とする。ここでは、レイノルズ方程式を制約関数とする。また、式(3)の境界条件は、式(4)のように与える。実際には、テクスチャ内の負圧部にはキャビテーションが発生すると考えられることから、式(5)のように負圧をゼロとする<sup>4)</sup>。

$$p = 0 \text{ on } \Gamma_1 \quad (4)$$

$$p = 0 \text{ in } p < 0 \quad (5)$$

### 3. 2 ラグランジュ関数の導出とその第一変分

随伴変数法により，式(2)に示す目的関数および式(3)に示す制約関数，随伴変数 $\lambda$ を用いて，ラグランジュ関数 $L$ を式(6)のように定義する．

$$L = J + \int_{\Omega} \lambda \left[ \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \frac{3}{h} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{6\eta U}{h^3} \frac{\partial h}{\partial x} \right] d\Omega \quad (6)$$

式(6)を全変数について，偏微分することにより式(7)に示すラグランジュ関数の第一変分を導く．尚，停留条件として，第一変分をゼロとする．

$$\begin{aligned} \delta L = & \int_{\Omega} \delta \lambda \left[ \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{3}{h} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{6\eta U}{h^3} \frac{\partial h}{\partial x} \right] d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \delta p \left[ -\frac{1}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} - \frac{3}{h} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{3\lambda}{h^2} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{3\lambda}{h} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) \right] d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \delta h \left[ -\frac{\eta U}{h^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{3}{h} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - \frac{3\lambda}{h} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \frac{6\eta U}{h^3} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right] d\Omega \\ & + \int_{\Gamma_1} \left[ \delta p \left( \frac{3\lambda}{h} \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right) + \delta \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right) \lambda + \delta h \left( \frac{3\lambda}{h} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \right] n_x d\Omega \\ & + \int_{\Gamma_1} \left[ \delta p \left( \frac{h}{h} + \frac{3\lambda}{h} \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial \lambda}{\partial x} \right) + \delta \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) \lambda + \delta h \left( \frac{3\lambda}{h} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{6\eta U}{h^3} \right) \right] n_y d\Omega \\ = & 0 \end{aligned} \quad (7)$$

### 3. 3 随伴方程式および感度方程式の導出

式(7)より，式(8)に示す随伴方程式と式(9)に示す

境界条件および式(10)に示す感度方程式が導かれる．尚，式(10)中の $\partial L / \partial h$ は，油膜厚さの勾配を表す．

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial p} = & -\frac{1}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} \\ & - \frac{3}{h} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \\ & + \frac{3\lambda}{h^2} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \\ & - \frac{3\lambda}{h} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) \\ = & 0 \text{ in } \Omega \\ \lambda = & 0 \text{ on } \Gamma_1 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial h} = & -\frac{\eta U}{h^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{3}{h} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ & - \frac{3\lambda}{h} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \frac{6\eta U}{h^3} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \end{aligned} \quad (10)$$

### 4. 勾配の平滑化および形状更新式の導入

本解析では，笹岡らが実施したテクスチャの油膜厚さに関する数値計算におけるポアソン方程式を用いた勾配の平滑化法および式(11)に示す形状更新更新式を用いる<sup>2)</sup>．チルダ記号の付いた勾配が平滑化後の勾配を示す．尚，式(12)は平滑化後の勾配の境界条件を示す．

$$h^{l+1} = h^l - \Delta \alpha \left( \frac{\partial \bar{L}}{\partial h} \right)^l + \frac{\Delta \alpha}{2} \left( \frac{\partial \bar{L}}{\partial h} \right)^{l-1} - \frac{\Delta \alpha}{2} \left( \frac{\partial \bar{L}}{\partial h} \right)^l \quad (11)$$

$$\left( \frac{\partial \bar{L}}{\partial h} \right) = 0 \text{ on } \Gamma_2 \quad (12)$$

### 5. 計算の手順

本研究では，目的関数に設定している摩擦係数の計算における荷重が一定となるように，油膜厚さを調節しながら，テクスチャ部分における油膜厚さの分布の最適化を行う．図-2に計算のフローチャートを示す．

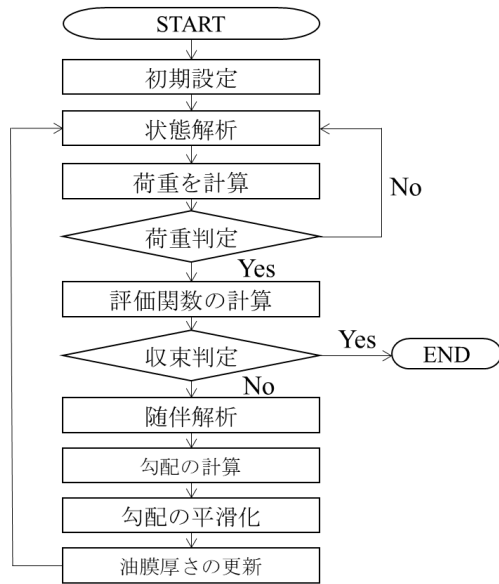


図-2 フローチャート

本研究では、荷重判定を加えている。圧力の積分値が設定荷重に等しい場合は、次の段階に進む。等しくない場合は、基本油膜厚さを更新し、状態解析に戻る。また、収束判定では、式(13)に示す収束判定式を使用する。式(13)を満たした場合に、解析が終了する。

$$\left| \frac{J^{(l+1)} - J^{(l)}}{J^{(l)}} \right| < \varepsilon \quad (13)$$

## 6. 解析条件

表-1に解析条件を示す。ここで、初期テクスチャ深さは、基本油膜厚さ $h_0$ およびテクスチャ領域の油膜厚さ $h$ と式(14)に示す関係にある。また、図-3に有限要素モデル、図-4に油膜厚さの初期形状を示す。

表-1 解析条件

節点数	20511
要素数	40700
荷重 $W$ [N]	10
摺動速度 $U$ [mm/s]	500,1000,2000
収束判定定数 $\varepsilon$ [-]	$10^{-4}$
粘性係数 $\eta$ [Pa·s]	0.08
初期テクスチャ深さ $h_{dep}$ [mm]	0.01
面積率 [%]	35

$$h = h_0 + h_{dep} \quad (14)$$

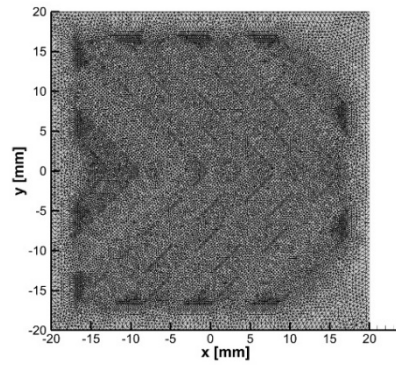


図-3 有限要素モデル

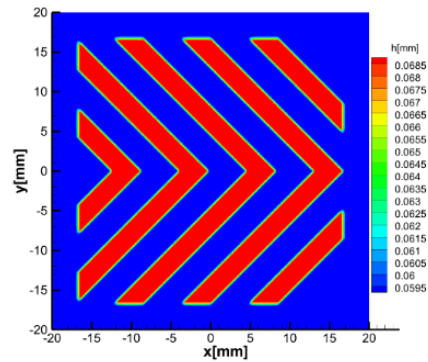


図-4 油膜厚さの初期形状

## 7. 計算結果

図-5、図-6、図-7に、最適化後の油膜厚さの形状を示す。また、図-8に摩擦係数の履歴を示す。

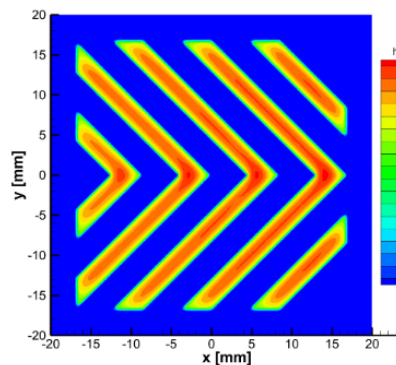


図-5 最終形状 ( $U = 500$  [mm/s])

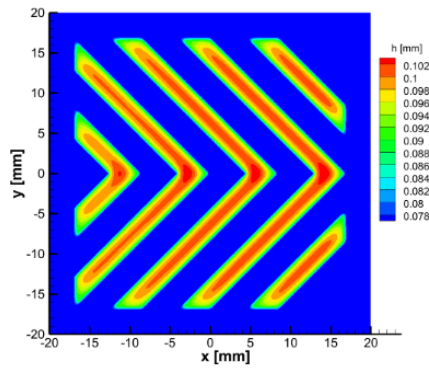


図-6 最終形状 ( $U = 1000$  [mm/s])

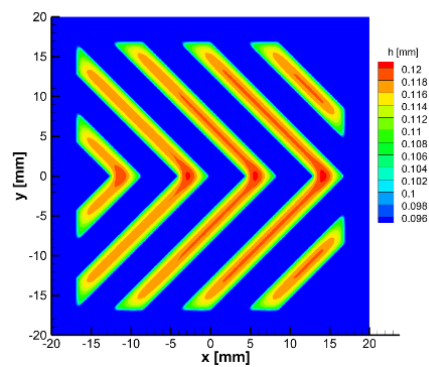


図-7 最終形状 ( $U = 2000$  [mm/s])

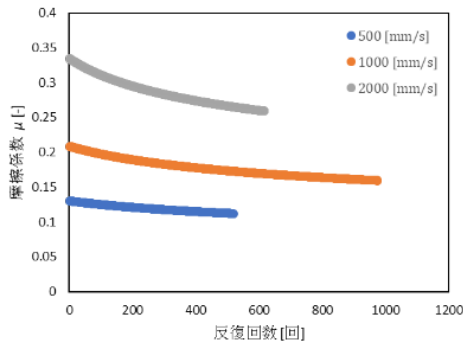


図-8 摩擦係数の履歴

図-8より、摺動速度が速いほど、摩擦係数は高くなり、形状最適化による摩擦係数の低減効果が大きいことがわかる。また、図-5、図-6、図-7より、摺動速度が速いほど、テクスチャ全体の深さが増すことがわかる。

## 8. 円形テクスチャとの比較による考察

図-9に円形テクスチャとヘリングボーンの摩

擦係数の履歴の比較を示す。

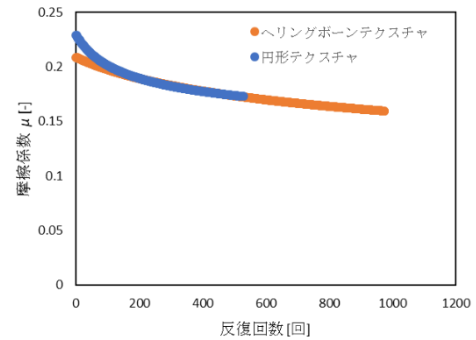


図-9 ヘリングボーンテクスチャと円形テクスチャの摩擦係数の比較

笹岡らが実施した円型テクスチャに対する油膜厚さの形状最適化では、放物型の油膜形状が得られている<sup>2)</sup>。この傾向は、ヘリングボーンテクスチャでも同様である。また、円型テクスチャでは、円の中央部の油膜が最も深くなるが、ヘリングボーンテクスチャでは、先端部の三角部の油膜が最も深くなっている。加えて、図-9に示すように円形テクスチャに比べて、ヘリングボーンテクスチャの方が低い摩擦係数であることがわかる。

## 9. まとめ

本論文では、ヘリングボーンテクスチャについて、摩擦係数の最小化を目的に深さの最適化および摺動速度を変更した場合の数値実験を行った。以下に得られた知見を示す。

- いずれの摺動速度においても、摩擦係数は減少し、テクスチャの中央部が窪み、先端部の三角部が最も深くなる形状が得られる。
- 摺動速度が速いほど、摩擦係数は高くなり、形状最適化に摩擦係数の低減効果が大きい。
- 円形テクスチャよりも、摩擦係数が低い。

謝辞：本研究を行うにあたり、長岡技術科学大学機械創造工学専攻2021年度修了の笹岡修太氏から多くの助言を受けた。記して謝意を表す。

## 参考文献

- 1) Tu Zhirong, Meng Xiangkai, Ma Yi, Peng Xudong, Shape optimization of hydrodynamic textured surfaces for

enhancing load-carrying capacity based on level set method, Tribology International Vol. 162, pp107-136, 2021.

- 2) 笹岡 修太, 倉橋 貴彦, 井山 徹郎, 摩擦低減を目的としたテクスチャの形状最適化 (速度の大きさが最適化形状に与える影響), 長岡工業高等専門学校研究紀要, Vol. 56, pp. 51-56, 2020.
- 3) 大塚厚二, 高石武史, 有限要素法で学ぶ現象と数値 FreeFem++数値思考プログラミング, 共立出版, 2014.
- 4) 小田真輝, 岩本勝美, 田中健太郎, 藤野俊和, “窪みおよび溝形状のテクスチャリングを有する平面しゅう動部の潤滑特性 - 平行平面間に表面テクスチャリングを施した場合”, 日本マリンエンジニアリング学会誌, Vol. 53, No. 5, pp. 727-736, 2018.

(2022. 8. 8 受付)