

# 論文

## 摩擦低減を目的としたテクスチャの形状最適化

### —速度の大きさが最適化形状に与える影響—

笹岡 修太<sup>1</sup>・倉橋 貴彦<sup>1</sup>・井山 徹郎<sup>2</sup>

<sup>1</sup>長岡技術科学大学大学院 機械創造工学専攻

(Department of Mechanical Engineering, Graduate School of Nagaoka University of Technology)

<sup>2</sup>機械工学科

(Department of Mechanical Engineering, National Institute of Technology, Nagaoka College)

Shape Optimization of Texture for Reduction of Friction  
- Influence of Magnitude of Velocity for Optimized Shape -

Syuta SASAOKA<sup>1</sup>, Takahiko KURAHASHI<sup>1</sup> and Tetsuro IYAMA<sup>2</sup>

#### Abstract

In this paper, texture shape optimization is performed by changing the velocity and the effect of speed on the final shape of textures is investigated. The purpose of this study is to find optimal shape of textures so as to reduce friction acting on a sliding surface under fluid lubrication. It is known that the magnitude of the friction depends on the shape of the texture on the sliding surface. Therefore, shape optimization analysis was carried out based on the adjoint variable method and the finite element method. Here, the depth of the texture was defined as the design variable. The evaluation of the friction coefficient is performed under the constant load condition. Therefore, the shape optimization analysis is performed under the constant load condition by adjusting the basic oil film thickness in the analysis. In addition, FreeFEM++ was used to calculate the optimal shape.

**Key Words** : *shape optimization, finite element method, friction coefficient, texture, velocity*

#### 1. はじめに

機械部品の摺動部では消費エネルギーの削減や機械部品の高寿命化などの観点から摩擦や摩耗を低減させるトライボロジー改善の技術が注目されており、またその経済効果が期待されている<sup>1)</sup>。流体潤滑状態である摺動面に作用する摩擦を低減させる方法としては大きく2つの方法が挙げられる。1つ目は摩擦面の材質を変化させる方法であり、2つ目は摩擦

面の形状を変化させる方法である。摩擦面の形状を変化させる方法として、テクスチャを加工する方法が挙げられる。テクスチャとは摺動面に加工された規則的かつ人工的な、溝や穴のことである。摩擦の低減率はテクスチャの形状に依存するため、テクスチャの形状に関する研究が行われている<sup>2)</sup>。しかし、それらの研究のほとんどは寸法最適化やパラメータスタディによるものがほとんどであり、形状最適化によるものは少ない。本研究では摩擦係数の低減を

目的としたテクスチャ形状の最適化において、摩擦面の速度が最適形状に与える影響について検討する。最適化計算は随伴変数法に基づき、テクスチャ領域における油膜厚さを設計変数として行う。摩擦係数を比較する実験においては荷重を一定にして行うため、本解析においても基本油膜厚さの調整によって荷重を一定する計算を加える。また、解析にはFreeFEM++を用いてプログラムのコーディングを行う<sup>3)</sup>。

## 2. 定式化

### 2. 1 本論文において使用する記号について

表-1に本論文における記号の意味を示す。

### 2. 2 領域の定義

図-1、図-2に計算の簡易モデルを示す。正方形領域の中に円形の平面形状を持つテクスチャが存在している。正方形領域は全体領域 $\Omega$ として定義し、その境界は $\Gamma_1$ として定義する。テクスチャが存在する領域をテクスチャ領域 $\omega$ として定義し、その境界は $\Gamma_2$ として定義する。ここで、全体領域 $\Omega$ はテクスチャ領域 $\omega$ を含んでいる。支配方程式や随伴変数方程式を解く際は図-1を用いる。勾配の修正に用いる領域および境界の定義を図-2に示す。

### 2. 3 評価関数

流体潤滑状態である摩擦面に作用する摩擦を考える。式(1)に示すように摩擦係数は摩擦力を荷重によって除して求められる。評価関数を摩擦係数<sup>4)</sup>によって定義し、テクスチャ形状の最適化を行うと、各反復回数において圧力分布が変化する。圧力分布から得られる荷重が変化することから、荷重一定条

表-1 各記号の意味

記号	意味	記号	意味
$U$	摩擦面の速度	$n$	反復回数
$h$	油膜厚さ	$p$	圧力
$\eta$	粘度	$F$	摩擦力
$W$	荷重	$\mu$	摩擦係数
$\Omega$	全体領域	$\omega$	テクスチャ領域
$\Gamma_1$	$\Omega$ の境界	$\Gamma_2$	$\omega$ の境界
$J$	評価関数	$J^*$	ラグランジュ関数
$\lambda$	随伴変数	$L$	$J^*$ の被積分関数
$\frac{\partial L}{\partial h}$	勾配	$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial h}$	平滑化後の $\frac{\partial L}{\partial h}$
$\Delta\alpha$	ステップ長さ	$\epsilon$	収束判定定数

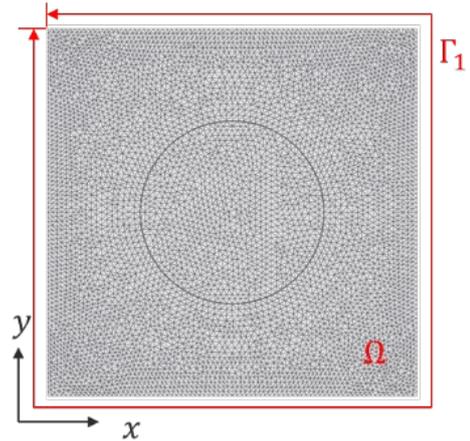


図-1 簡易モデル1

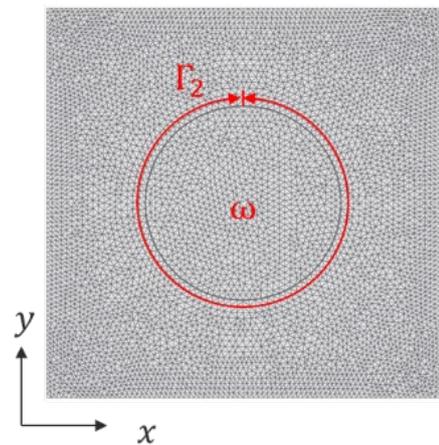


図-2 簡易モデル2

件下での摩擦係数の評価が困難である。摩擦係数を比較する実験は荷重を一定にして行うため、解析においても荷重を一定とする必要がある。したがって式(2)に示すように、評価関数を摩擦係数によって定義し、基本油膜厚さを調整することによって荷重一定条件下における形状最適化を行う。

$$\mu = \frac{F}{W} = \frac{\int_{\Omega} \left( \frac{\eta U}{h} + \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) d\Omega}{\int_{\Omega} p d\Omega} \quad (1)$$

$$J = F = \int_{\Omega} \left( \frac{\eta U}{h} + \frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) d\Omega \quad (2)$$

### 2. 4 支配方程式

以下に示すレイノルズの仮定に基づき、式(3)に示すレイノルズ方程式を支配方程式として用いる。

レイノルズの仮定

[1]流れは層流である。

[2]流体が非圧縮性である。

[3]粘度が一定である.

[4]重力, 慣性力は粘性力に比べて無視ができる.

[5]油膜厚さ方向の圧力変化はない.

[6]流体と面との間に滑りがない.

[7]流体の速度変化率の面内成分は, 面外成分に対して無視ができる.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial y} \right) - 6\eta U \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (3)$$

境界条件は式(4)のように与えられる. また式(5)に示すように負圧の消去<sup>5)</sup>を行う.

$$p = 0 \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (4)$$

$$p = 0 \quad \text{on } p < 0 \quad (5)$$

## 2. 5 随伴方程式および勾配の導出

式(2), (3)に示す評価関数と支配方程式および, 随伴変数 $\lambda$ によって, ラグランジュ関数は, 式(6)のように表される.

$$\begin{aligned} J^* &= J \\ &+ \int_{\Omega} \lambda \left[ \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \frac{3}{h} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{6\eta U}{h^3} \frac{\partial h}{\partial x} \right] d\Omega \quad (6) \\ &= \int_{\Omega} L d\Omega \end{aligned}$$

式(6)に示すラグランジュ関数の停留条件( $\delta J^* = 0$ )を考慮すると随伴方程式と勾配方程式が導かれる. 式(7)に随伴方程式, 式(8)に随伴方程式の境界条件を示す. また, 式(9)に勾配方程式を示す.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial p} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial y^2} \\ &- \frac{3}{h} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{3\lambda}{h^2} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \\ &- \frac{3\lambda}{h} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) \\ &= 0 \quad \text{in } \Omega \end{aligned} \quad (7)$$

$$\lambda = 0 \quad \text{on } \Gamma_1 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial h} &= -\frac{\eta U}{h^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{3}{h} \left( \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \lambda}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ &- \frac{3\lambda}{h} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \frac{6\eta U}{h^3} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)に示す勾配をそのまま使用し, 形状最適化の解析を行うと, 数値振動が生じるため式(10)に示すポアソン方程式によって勾配の平滑化を行う. 式(11)に境界条件を示す. 式(10)において, チルダの記号の付いた勾配が平滑化後の勾配を示す.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial \tilde{L}}{\partial h} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left( \frac{\partial \tilde{L}}{\partial h} \right) = \frac{\partial L}{\partial h} \quad \text{in } \omega \quad (10)$$

$$\left( \frac{\partial \tilde{L}}{\partial h} \right) = 0 \quad \text{on } \Gamma_2 \quad (11)$$

式(12)に, 最急降下法に基づいた形状更新式を示す.

$$h^{n+1} = h^n - \Delta \alpha \left( \frac{\partial \tilde{L}}{\partial h} \right)^n \quad (12)$$

ここで式(12)を差分法によって離散化した式とみなすことにより, 式(13)に示す微分方程式を得ることができる. また, 式(13)式の両辺をステップ長さのパラメータ $\alpha$ で微分することにより式(14)を得ることができる.

$$\frac{\partial h}{\partial \alpha} = -\frac{\partial \tilde{L}}{\partial h} \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial \alpha^2} = -\frac{\partial^2 \tilde{L}}{\partial \alpha \partial h} \quad (14)$$

得られた微分方程式 (式(13)および(14)) を, 油膜厚さ $h$ のステップ長さのパラメータ $\alpha$ に対するテイラー展開 (右辺は $h$ の $\alpha$ に対する2階微分の項まで考慮) に代入することにより式(15)に示す形状更新式を得る. 本論文では, 最急降下法による反復計算を改良した式(15)を用いて油膜厚さ (テクスチャの形状) の最適化解析を行う.

$$\begin{aligned}
h^{n+1} &= h^n + \Delta\alpha \left( \frac{\partial h}{\partial \alpha} \right)^n + \frac{\Delta\alpha^2}{2} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial \alpha^2} \right)^n \\
&= h^n - \Delta\alpha \left( \frac{\partial \bar{L}}{\partial h} \right)^n \\
&\quad - \frac{\Delta\alpha}{2} \left[ \left( \frac{\partial \bar{L}}{\partial h} \right)^n - \left( \frac{\partial \bar{L}}{\partial h} \right)^{n-1} \right]
\end{aligned} \tag{15}$$

## 2. 6 計算の流れ

本研究における計算の流れを以下に示す。Step8における形状更新では式(15)を用いる。

Step1. 初期形状と計算条件を与える。

Step2. 支配方程式に基づいて圧力場を計算する。

Step3. 圧力の積分値である荷重が設定値と等しいとき、次のステップへ進む。そうでない場合は基本油膜厚さを更新してしてステップ2へ戻る。

Step4. 評価関数と収束判定式  $\left| \frac{J^{n+1}-J^n}{J^n} \right|$  を計算する。

収束判定条件  $\left| \frac{J^{n+1}-J^n}{J^n} \right| < \epsilon$  を満たすとき計算を終了する。そうでない場合は次のステップへ進む。

Step5. 随伴方程式に基づいて、随伴変数を計算する。

Step6. 勾配  $\frac{\partial L}{\partial h}$  を計算する。

Step7. ポアソン方程式によって勾配を平滑化する。

Step8. 油膜厚さ  $h$  を更新し、テクスチャ形状を変え、Step2へ戻る。

## 3. 計算条件

表-2 に計算条件を示し、解析モデルとして、正方形領域に9つの円形テクスチャが存在するモデルを設定した。図-3 に有限要素メッシュ、図-4 に初期形状を示す。本論文における状態変数と随伴変数の補間については、変数  $p$  には三角形1次要素、変数  $h$  と  $\lambda$  には三角形2次要素を用いる。

表-2 計算条件

節点数	20721
要素数	41120
荷重 $W$ [N]	10
摩擦面の速度 $U$ [mm/s]	500,1000,2000
収束条件値 $\epsilon$ [-]	$10^{-4}$
粘度 $\eta$ [Pa·s]	0.08
初期テクスチャ深さ $h_{dep}$ [mm]	0.01
面積率 [%]	35

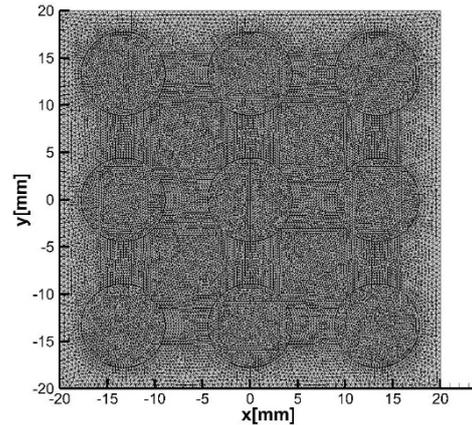


図-3 有限要素メッシュ

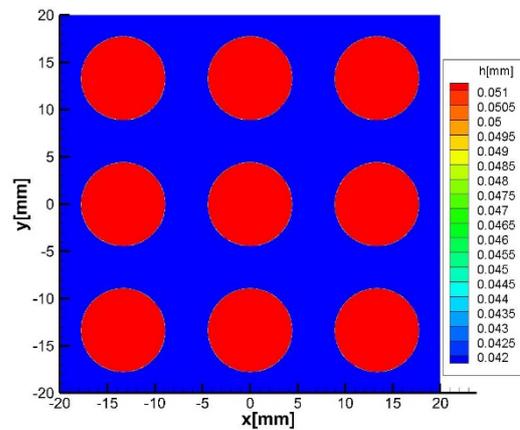


図-4 初期形状の条件

## 4. 計算結果

図-5, 図-6, 図-7 にそれぞれ摩擦係数の履歴を示す。横軸は計算回数を示しており、縦軸は摩擦係数を示している。図-8, 図-9, 図-10 にそれぞれ最適化後の摩擦係数の形状を示す。図-8, 図-9, 図-10 の中央に位置するテクスチャの、 $y = 0.0$  [mm] における断面図を比較し、結果を図-11 に示す。

図-5, 図-6, 図-7 に示す結果より, 速度が低いほど摩擦係数が低く, それぞれの速度における形状最適化により摩擦係数が低減していることが分かる. また計算初期での摩擦係数が大きいほど形状最適化による摩擦係数の低減率は大きい. 図-8, 図-9, 図-10 から, テクスチャの最適形状は放物面上の形状であることが分かる. 図-11 より, 速度が速いほどテクスチャの深さが大きくなっていることが分かる. 式(1)に示す評価関数, 式(3)に示す支配方程式において, 速度と粘度は同じ項にかかっている定数である. したがって, 速度をある割合で変化させたときの最適化結果と, 粘度を同じ割合で変化させたときの最適化結果は同じ結果を得ることができる.

## 5. まとめ

本論文では, 摩擦係数の低減を目的としたテクスチャの形状最適化を, 速度条件を変化させて行った. 以下に知見をまとめる.

- ・速度が低いほど摩擦係数は小さくなる.
- ・元々の摩擦係数が大きいほど, 形状最適化による摩擦係数の低減率が大きくなる.
- ・速度が高いとき, 最適形状のテクスチャ深さが大きくなる.

速度と粘度は定数であり, 支配方程式において同一の項にかかっている係数である. したがって速度を変化させたときの最適化結果は, 粘度を同様の割合で変化させたときの最適化結果と一致すると考えられる.

**謝辞:** 本研究を行うにあたり, 長岡技術科学大学学長戦略経費より研究助成を受けた. ここに謝意を表す.

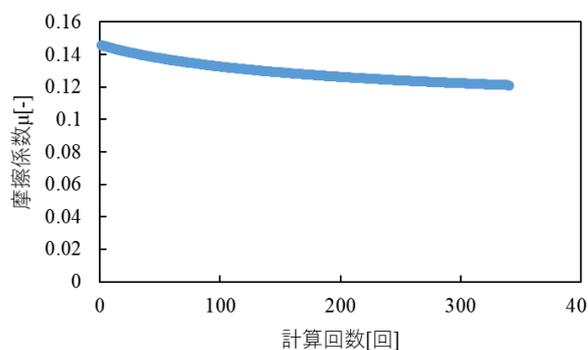


図-5 摩擦係数の履歴 (U=500 [mm/s])

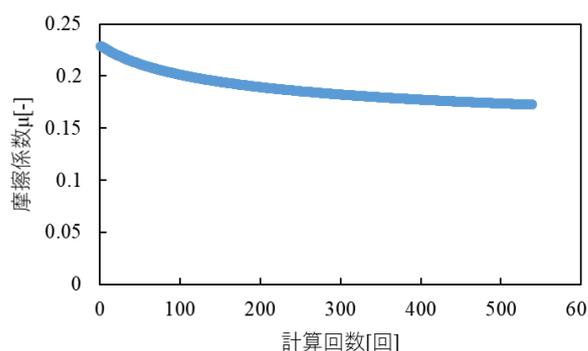


図-6 摩擦係数の履歴 (U=1000 [mm/s])

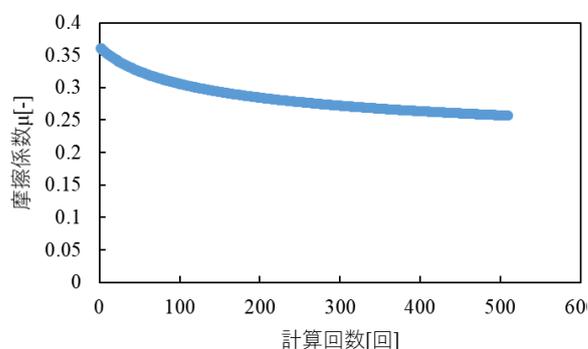


図-7 摩擦係数の履歴 (U=2000 [mm/s])

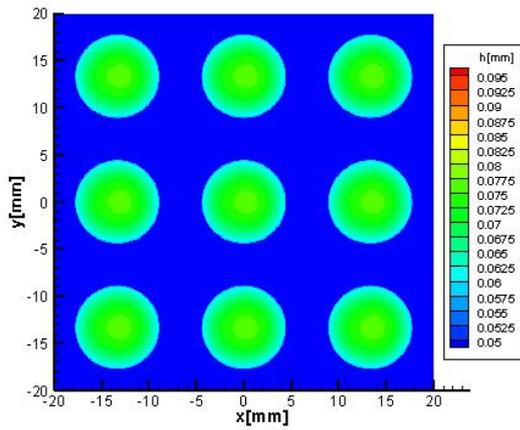


図-8 最適形状 (U=500 [mm/s])

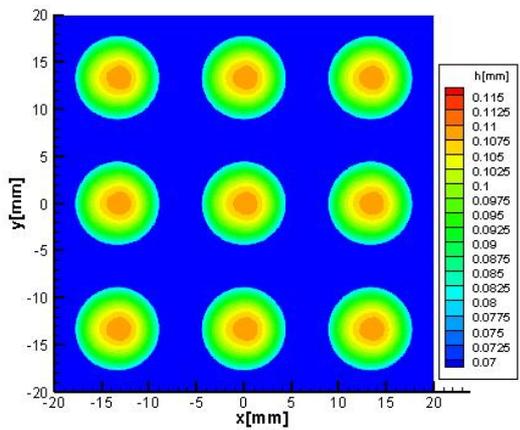


図-9 最適形状 (U=1000 [mm/s])

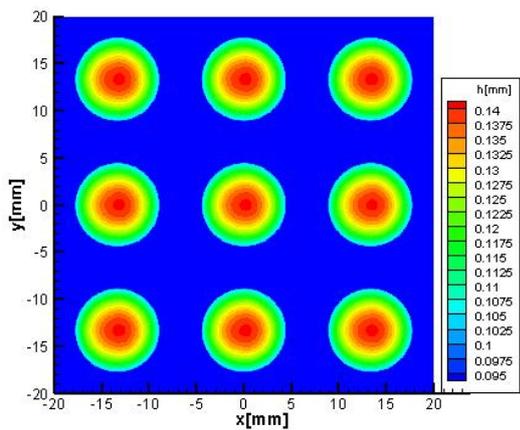


図-10 最適形状 (U=2000 [mm/s])

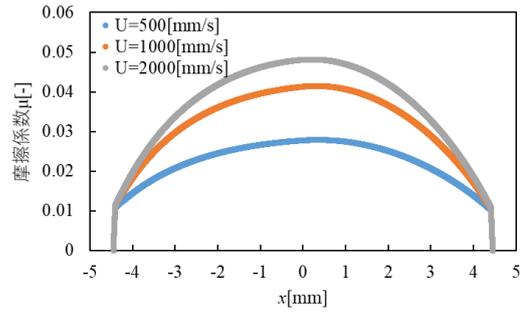


図-11 最適形状の断面図比較

### 参考文献

- 1) 長谷亜蘭, トライボロジーの基礎, 精密工学会誌, Vol.81, No.7, pp.643-647, 2015.
- 2) A. Codrignani, B. Frohnapfel, F. Magagnato, P. Schreiber, J. Schneider and P. Gumbsch, “Numerical and experimental investigation of texture shape and position in the macroscopic contact”, Tribology International, Vol.122, pp.46-57, 2018.
- 3) 大塚厚二, 高石武史, 有限要素法で学ぶ現象と数理-FreeFEM++数理思考プログラミング, 共立出版, 2014.
- 4) 堀幸夫, 流体潤滑, 養賢堂出版, 2002.
- 5) 小田真輝, 岩本勝美, 田中健太郎, 藤野俊和, “窪みおよび溝形状のテクスチャリングを有する平面しゅう動部の潤滑特性 - 平行平面間に表面テクスチャリングを施した場合”, 日本マリンエンジニアリング学会誌, Vol.53, No.5, pp.727-736, 2018.

(2020. 10. 2 受付)