

## 論文

# 3Dプリンティング技術に基づく自動車の シャシー用部品のトポロジー最適化構造の作製 および加振試験による実験的評価

岸田 真幸<sup>1</sup>・倉橋 貴彦<sup>2</sup>・井山 徹郎<sup>3</sup>・小林 正成<sup>4</sup>・加藤 遼<sup>4</sup>

<sup>1</sup>長岡技術科学大学 技術科学イノベーション専攻  
(Department of Science of Technology Innovation, Nagaoka University of Technology)

<sup>2</sup>長岡技術科学大学大学院 機械創造工学専攻  
(Department of Mechanical Engineering, Graduate School of Nagaoka University of Technology)

<sup>3</sup>機械工学科  
(Department of Mechanical Engineering, National Institute of Technology, Nagaoka College)

<sup>4</sup>オイレス工業株式会社  
(Oiles Corporation)

Fabrication of topology optimization structure for the automobile's chassis parts  
based on 3D printing technology and experimental evaluation by vibration tests

Masayuki KISHIDA<sup>1</sup>, Takahiko KURAHASHI<sup>2</sup>, Tetsuro IYAMA<sup>3</sup>  
Masanari KOBAYASHI<sup>4</sup> and Ryo KATO<sup>4</sup>

### Abstract

In this paper, we present the result of vibration test using the automobile chassis parts fabricated by 3D printer based on the topology optimization results. In the topology optimization analysis, the strain energy minimization analysis was carried out, and the optimized shapes were obtained by changing the initial density conditions. The shapes were fabricated by 3D printer, and the practical vibration tests were performed. Consequently, it was found that same tendency can be obtained between numerical and experimental results.

**Key Words :** *Vibration test, Chassis parts, 3D printer, Topology optimization analysis*

### 1. はじめに

近年、世界各地域におけるCO<sub>2</sub>削減要求から自動車の燃費向上のための様々な研究が行われている<sup>1),2),3)</sup>。その一つに金属部品を樹脂化する技術が自動車部品の軽量化として用いられている。一方で、樹脂は金属と比べ弾性率が小さいことから、強度に劣る点があるため、金属部品と比べ肉抜きすることが

困難である。また、炭素繊維を含んだ樹脂(CFRP)が多くの樹脂部品に使われおり、その樹脂は金属よりも比強度および比剛性が高い。一方で、高コストおよび低生産性といった問題点がある。このような問題点から、樹脂化した場合においても軽量化や材料の削減が必要であると言える。しかし、繊維を含んだ樹脂部品は射出成型など金型を必要とする製造方法により製造されることから、軽量化の試行錯誤

をする際にコストを要してしまう。このような点から鑑み、数値計算を用いた軽量化の検討が必要とされている。

しかし、軽量化による強度低減が懸念される。本研究では、トポロジー最適化により算出した自動車のシャシー用部品を3Dプリンタにて作製し、作製したモデルを加振試験にかけて、材料の削減割合に対する振動評価を行う。



図-3 ZORTRAX M200

## 2. 自動車のシャシー用部品の概要

### 2.1 シャシー用部品の仕様

本研究で対象とする自動車のシャシー用部品を図-1に示す。また、シャシー用部品の寸法を図-2に示す。



図-1 自動車のシャシー用部品

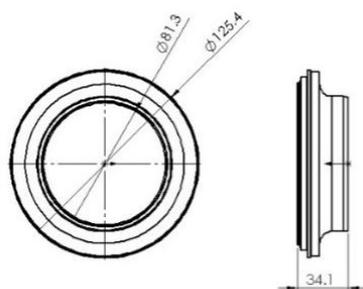


図-2 シャシー用部品の寸法

### 2.2 使用した3Dプリンタ

試験モデルを作製するために使用した3Dプリンタを図-3に示す。3Dプリンタは、ZORTRAX M200を使用した。また、3Dプリンタと材料の仕様を表-1に示す。

表-1 ZORTRAX M200 と材料の主な仕様

	スペック
3Dプリンタ種類	熱溶解積層型
積層ピッチ	0.09 [mm]
充填率	100 [%]
材料	Z-ABS
引張強さ	30.46 [MPa]
比重	1.195 [g/cm <sup>3</sup> ]

### 2.3 試験モデルの種類

本検討では、図-4に示した軽量化前のモデル(以降、供試体1と略す)、図-5、図-6および図-7に示した軽量化したモデル3種類(以降、供試体2、供試体3、供試体4と略す)の4種類のモデルを使用する。それぞれの供試体の質量を表-2に示す。本検討において、材料の密度は一定であるため体積比率は、質量比率と同じ意味であると考えられる。軽量化のための最適化手法としては、トポロジー最適化手法を用いた。



図-4 3Dプリンタで作製した供試体1



図-5 3Dプリンタで作製した供試体2



図-6 3Dプリンタで作製した供試体3



図-7 3Dプリンタで作製した供試体4

表-2 各供試体の質量

	質量[g]	体積比率（質量比率）
供試体 1	92.8	1.00
供試体 2	74.3	0.80
供試体 3	69.9	0.75
供試体 4	62.9	0.68

### 3. 振動測定のための加振試験

本論文では、トポロジー最適化を用いて導き出されたモデルを3Dプリンタにより作製し、作製したモデルに対して加振試験を行う。

#### 3. 1 試験装置の仕様

本検討では、図-8 および図-9 に示した加振試験装置を用いる。加振試験装置の下から振動を与え、図-9 に示した2つの加速度センサを用い、固有振動数を測定する。加速度試験と関連装置を図-10 に示す。制御装置にて加速度試験装置を制御し、加速度試験装置に取り付けられた2つの加速度センサの値をFFTアナライザにより読み取り、観測用PCを用いてグラフ化を行う。次に、治具と3Dモデルの設置について説明する。図-11、図-12 および図-13 に治具、治具と3Dモデル、拘束のためのプレートの外観をそれぞれ示す。本検討では、3点荷重が加わった際の評価を行う。図-12 のように3Dモデルを載せ、それに、図-13 で示した固定用の金属製プレートを上に乗せる。荷重や固定に関する境界条件を

図-14 に示す。ここで、図-14 に示された部品上面を固定とし、赤色の矢印が荷重とする。拘束条件は、部品上面すべてを完全拘束とし、荷重条件は治具と接する箇所に限り働くものとする。最後に、加振試験の条件について説明する。本検討における加振試験の条件を表-3 に示す。ここで、自動車のロードノイズ領域である400[Hz]までスイープ加振を行うため、周波数の上限値を400[Hz]と設定する。



図-8 加振試験装置の外観



図-9 加振試験装置の拡大図

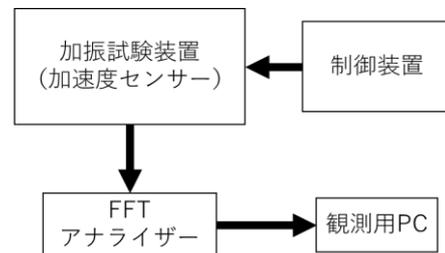


図-10 加振試験装置と関連装置



図-11 治具の外観

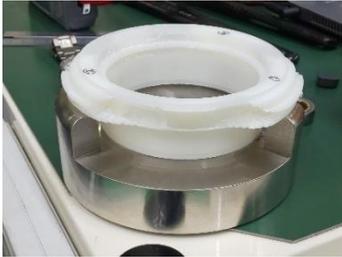


図-12 治具と 3D モデルの外観



図-13 拘束のためのプレートの外観

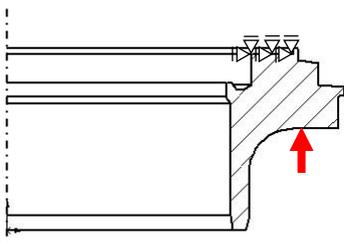


図-14 境界条件

表-3 加振試験の条件

	周波数の上限値 [Hz]	総荷重 [N]	加速度 [m/s <sup>2</sup> ]
供試体 1	400	1961.3	9.8

### 3. 2 加振試験の手順

以下に加振試験の手順を示す。

- ① 治具に供試体を設置する。
- ② ①の上に金属製のプレートを設置する。
- ③ 加振試験装置の上の部分を外し、②で用意した供試体を加振試験装置の中央部分に設置する。
- ④ 加振試験装置の上部分を元に戻し、供試体を挟み込む。この時、上の部分のばねの縮み距離が同じになるようにナットを締める。
- ⑤ 制御装置で加振試験を実行する。
- ⑥ 加振試験中に FFT アナライザを用いて観測用 PC で記録を取る。
- ⑦ 加振試験終了後、供試体を取り外す。

### 3. 3 加振試験の結果

加振試験の結果を図-15 に示す。ここで、横軸は入力側の周波数で、縦軸は図-9 で示した入力側と出力側に取り付けられた 2 つの加速度センサの伝達率である。また、体積比率に対するひずみエネルギーおよび固有振動数の関係を図-16 に示す。図-15 のグラフより、それぞれの第 1 ピークの周波数の値を固有振動数とする。ここで、横軸は供試体 1 (初期モデル) に対する体積比率 (質量比率) で、第 1 縦軸は解析により求めた総ひずみエネルギーで、第 2 縦軸は図-15 より得られる固有振動数である。さらに、式(1)および式(2)に固有振動数およびひずみエネルギーの変動率の式を示す。ここで、 $f_n^{(1)}$  は体積比率 1 の固有振動数、 $f_n^{(m)}$  は体積比率  $m$  の固有振動数、 $J^{(1)}$  は体積比率 1 のひずみエネルギー、 $J^{(m)}$  は体積比率  $m$  のひずみエネルギーである。加えて、図-15 の結果より式(1)および式(2)を用いて標準化したグラフを図-17 に示す。ここで、横軸は供試体 1 (初期モデル) に対する体積比率 (質量比率) で、縦軸は式(1)および(2)を用いて求めた変動率である。

体積比率  $m$  の固有振動数の変動率 [%]

$$= \frac{|f_n^{(m)} - f_n^{(1)}|}{f_n^{(1)}} \times 100 \quad (1)$$

体積比率  $m$  のひずみエネルギーの変動率 [%]

$$= \frac{|J^{(m)} - J^{(1)}|}{J^{(1)}} \times 100 \quad (2)$$

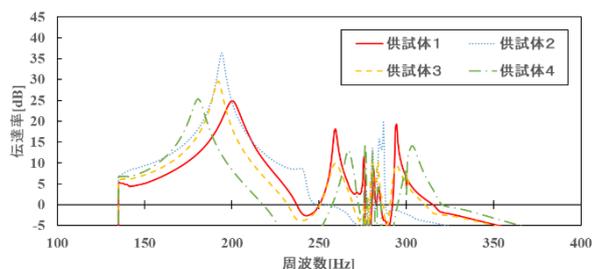


図-15 加振試験の結果

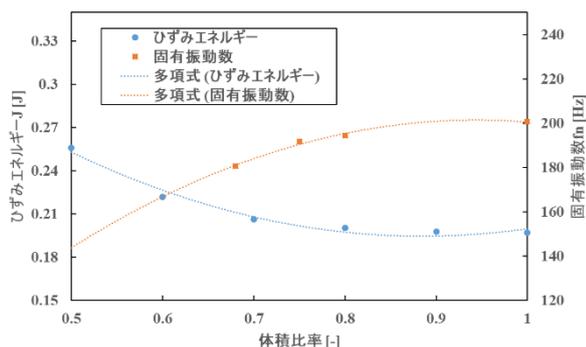


図-16 ひずみエネルギーおよび固有振動数

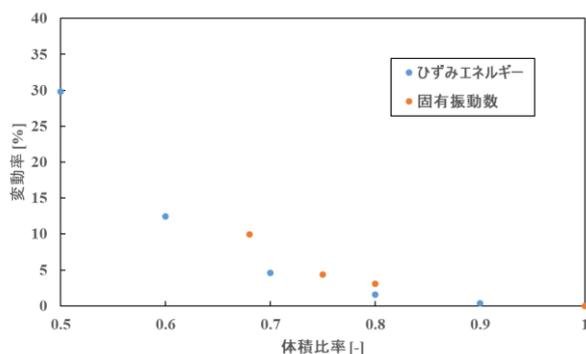


図-17 体積比率に対する変動率

まず、図-15 より、すべての供試体において第 1 ピークは 150[Hz]から 250[Hz]に入っており、第 2 ピークは 250[Hz]から 350[Hz]に入っている。第 1 ピークはシャシー用部品が共振した際に生じるものであり、第 2 ピークはナットやばねなどの加振試験装置の部品が共振した際に生じるものである。そのため、本検討では、シャシー用部品の固有振動数を第 1 ピークのみに着目する。それぞれの第 1 ピークより、周波数の高い供試体の順番として、供試体 1、供試体 2、供試体 3、供試体 4 の順になる。これは、表-2 より、質量が小さいほど固有振動数が高くなるということが言える。

次に、図-16 および図-17 より、体積比率に対す

るひずみエネルギーおよび固有振動数の関係性について考察する。図-16 を見て分かる通り、体積比率すなわち質量比率が小さくなるにつれて、固有振動数は小さくなり、ひずみエネルギーは大きくなる。また、図-17 より、体積比率に対するひずみエネルギーの変動率と固有振動数の変動率は同様な傾向にあることが分かり、解析で得られるひずみエネルギーと実験で得られる固有振動数には密接な関係があることが言える。

以上のことから、解析上でひずみエネルギーを算出することで、実験をする前に解析で得られた結果の固有振動数を予測することができると考えられる。このことから、固有振動数もしくはひずみエネルギーの許容値をあらかじめ設定することで、シャシー用部品の肉抜き構造の最適設計ができると考えられる。

## 4. 結論

本研究では、軽量化した自動車のシャシー用部品を 3D プリンタにて作製し、作製したモデルを加振試験にかけて、材料の削減割合に対する振動評価を行った。結果として軽量化を行うことにより、固有振動数は下がり、ひずみエネルギーは上がる傾向が確認できた。この傾向より、固有振動数もしくはひずみエネルギーの許容値を設けることで、最適な軽量化を行えることができると考えられる。

**謝辞：**本研究を行うにあたり、科学研究費補助金（基盤(C)）18K03897 の援助を受けた。また、本論文中に示した実験を行うにあたり、オイレス工業株式会社の加振試験装置を利用させて頂いた。加えて、本論文に示した数値計算を行うにあたり、九州大学情報基盤研究開発センターの高性能演算サーバシステムを利用させて頂いた。ここに謝意を表す。

## 付録

### 1. ラグランジュ関数

本検討で用いたトポロジー最適化手法<sup>4) 5)</sup>について説明する。

#### 1. 1 ラグランジュ関数の感度の誘導

等方線形弾性体の応力-ひずみ支配方程式および

ひずみ—変位支配方程式を式(3)および(4)に示す．ここで、 $\{\sigma\}$ は応力ベクトル、 $[D]$ は弾性行列、 $[B]$ はひずみ作用素マトリックス、 $\{\varepsilon\}$ はひずみベクトル、 $\{u\}$ は変位ベクトルである．本論文では 3 次元のマトリックスおよび行列系で考える．

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (3)$$

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u\} \quad (4)$$

式(3)に式(4)を代入し、その式に仮想変位ベクトル $\{u^*\}$ を乗じ、さらにガウスの発散定理を適用することで弱形式を得る．ここで、 $\Omega$ は領域全体、 $\Gamma$ は境界、 $\{f\}$ は外力ベクトル、添え字 $T$ は転置行列である．

$$\int_{\Omega} \{u^*\}^T [B]^T [D] [B] \{u\} d\Omega = \int_{\Gamma} \{u^*\}^T \{f\} d\Gamma \quad (5)$$

式(5)をガラーキン法により離散化を行うと式(6)の有限要素方程式が得られる．ここで、 $[K]$ は剛性行列、 $\{U\}$ は全節点の変位ベクトル、 $\{F\}$ は全節点の荷重ベクトルである．また、離散化には 3 次元の四角形 8 節点アイソパラメトリックス要素を使用した．

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (6)$$

外力によるひずみエネルギーの最小化を目的とすることから、評価関数 $J$ を式(7)のように定義する．

$$J = \frac{1}{2} \{F\}^T \{U\} = \frac{1}{2} \{U\}^T [K] \{U\} \quad (7)$$

式(6)の制約条件のもと式(7)である評価関数の最小化を行うため、式(8)のようにラグランジュ未定乗数法を用いる．ここで、 $\{\lambda\}$ は随伴変数ベクトルである．

$$J^* = \frac{1}{2} (\{F\}^T \{U\} + \{\lambda\}^T ([K]\{U\} - \{F\})) \quad (8)$$

ラグランジュ関数の無次元密度に対する感度ベクトルは式(9)のように表される．また、無次元密度は要素に与える．ここで、 $\rho_i$ は要素 $i$ の無次元密度である．

$$\begin{aligned} \frac{\partial J^*}{\partial \rho_i} &= \\ &= \frac{1}{2} \left( \{F\}^T \frac{\partial \{U\}}{\partial \rho_i} + \{\lambda\}^T \left( \frac{\partial [K]}{\partial \rho_i} \{U\} + [K] \frac{\partial \{U\}}{\partial \rho_i} \right) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \{\lambda\}^T \frac{\partial [K]}{\partial \rho_i} \{U\} + (\{F\}^T + \{\lambda\}^T [K]) \frac{\partial \{U\}}{\partial \rho_i} \right) \quad (9) \end{aligned}$$

式(9)より、随伴方程式 $\{F\}^T + \{\lambda\}^T [K] = \{0\}^T$ の $[K]$ が対称行列であることから、 $[K]\{-\lambda\} = \{F\}$ となる．式(6)の有限要素方程式と比較すると $\{-\lambda\} = \{U\}$ が得られ、随伴方程式を解く必要がなくなる．よって、式(9)は式(10)のように表すことができる．

$$\begin{aligned} \frac{\partial J^*}{\partial \rho_i} &= \frac{1}{2} \{\lambda\}^T \frac{\partial [K]}{\partial \rho_i} \{U\} \\ &= \frac{1}{2} \{\lambda\}^T [B]^T \frac{\partial [D]}{\partial \rho_i} [B] \{U\} \\ &= -\frac{1}{2} \{U\}^T [B]^T \frac{\partial [D]}{\partial \rho_i} [B] \{U\} \quad (10) \end{aligned}$$

本研究では、式(11)に示す密度法 (SIMP 法) を導入する．ここで、 $E_i$ は要素 $i$ のヤング率、 $E_0$ は材料のヤング率、 $E_{min}$ は計算不安定性を回避するためのパラメータ、 $p$ はペナルティパラメータである．

$$E_i = (E_0 - E_{min}) \rho_i^p + E_{min} \quad (11)$$

等方線形弾性体の D マトリックスを $[D] = E_i [C]$ と表し、式(10)に式(11)を代入することで式(12)が得られる．

$$\begin{aligned} \frac{\partial J^*}{\partial \rho_i} &= -\frac{1}{2} p (E_0 - E_{min}) \rho_i^{p-1} \\ &\quad \times \{U\}^T [B]^T [C] [B] \{U\} \quad (12) \end{aligned}$$

## 1. 2 感度に対するフィルタリング処理の導入

式(11)のような密度法 (SIMP 法) を使用したトポロジー最適化では、隣接する要素での無次元密度の値は不連続となる．また、ラグランジュ関数の密度感度も要素によって定義されることから不連続となる．このことから、最適化後の密度分布がチェッカーボード状になり、工業的に不可能な構造となってしまう．こういったチェッカーボードを回避するために、式(13)のようなラグランジュ関数の感度に対してフィルタリング処理を導入する．ここで、 $w$ は重みパラメータ、 $v_i$ は要素 $i$ の体積である．

$$\frac{\overline{\partial J^*}}{\partial \rho_i} = \frac{\sum_{j \in M_i} w(x_j, y_j, z_j) \rho_j \frac{\partial J^*}{\partial \rho_j} / v_j}{\frac{\rho_i}{v_i} \sum_{j \in M_i} w(x_j, y_j, z_j)} \quad (13)$$

重みパラメータ  $w(\mathbf{x}_i)$  は  $i$  番目の要素から半径  $R$  内に含まれる要素を対象とし,  $i$  番目の要素からの距離に応じた値とする. 式(14)に重みパラメータを求める式を示す.

$$w(x_j, y_j, z_j) = R - \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (14)$$

### 1. 3 最適性基準法に基づく無次元密度の更新

本研究では, 最適性基準法 (OC 法) に基づく無次元密度の更新式を反復計算において用いる. 密度の更新を行う際に制約式となる式を式(15)に示す. ここで,  $V_f$  は体積制約量である.

$$\int_{\Omega} \rho_i d\Omega - V_f = \text{const.} \quad (15)$$

式(15)の制約式を課した式(16)に示す修正ラグランジュ関数を導入する. ここで,  $k$  は反復回数,  $\Lambda$  は修正ラグランジュ未定乗数である.

$$J^{**k} = \overline{J^{*(k)}} + \Lambda^{(k)} (V(\rho^{(k)}) - V_f) \quad (16)$$

式(16)の修正ラグランジュ関数の第一変分を計算すると, 式(17)のように表すことができる.

$$\delta J^{**k} = \frac{\overline{\partial J^{*(k)}}}{\partial \rho_i} + \Lambda^{(k)} \frac{\partial V(\rho^{(k)})}{\partial \rho_i} = 0 \quad (17)$$

式(17)で示した修正ラグランジュ関数の第一変分をもとに式(18)に示す各要素における無次元密度の更新式を導入する.

$$\begin{aligned} \rho_i^{(k+1)} &= \rho_i^{(k)} \left( \frac{\frac{\overline{\partial J^{*(k)}}}{\partial \rho_i}}{-\Lambda^{(k)} \frac{\partial V(\rho^{(k)})}{\partial \rho_i}} \right)^\eta \\ &= \rho_i^{(k)} (A_i^{(k)})^\eta \end{aligned} \quad (17)$$

本検討では修正ラグランジュ未定乗数  $\Lambda$  は 2 分法により求める. また, 式(17)に示した式を用いて密度更新を行う際に, 設計変数である無次元密度に対して上下限値を設け, 式(18)~(20)の条件のもと更新

を行う. ここで,  $\zeta$  は密度の更新におけるムーブリミットである.

$$\rho_i^{(k+1)} = \begin{cases} 1 & \rho_i^{(k)} (A_i^{(k)})^\eta \geq 1 \\ \rho_i^{U(k)} & \rho_i^{(k)} (A_i^{(k)})^\eta \geq \rho_i^{U(k)} \\ \rho_i^{L(k)} & \rho_i^{(k)} (A_i^{(k)})^\eta \leq \rho_i^{L(k)} \\ \rho_i^{L(k)} & \rho_i^{(k)} (A_i^{(k)})^\eta \leq \rho_i^{L(k)} \\ 0 & \rho_i^{(k)} (A_i^{(k)})^\eta \leq 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$\rho_i^{U(k)} = \text{Min}\{\rho_i^{(k)} + \zeta, 1\} \quad (19)$$

$$\rho_i^{L(k)} = \text{Max}\{\rho_i^{(k)} - \zeta, 0\} \quad (20)$$

### 1. 4 トポロジー最適化の計算の流れ

以下にトポロジー最適化の計算アルゴリズムを示す.

1. 固定設計領域や境界条件の設定を行う.
2. トポロジー最適化に必要な計算条件の設定を行う.
3. 等方線形弾性体の有限要素解析を行う.
4. 評価関数であるひずみエネルギーの総和と質量 (体積に無次元密度をかけた値) の総和を計算する.
5. 収束判定:  $|J^{(k+1)} - J^{(k)}| / J^{(1)} < \epsilon$  を計算し, 収束判定定数  $\epsilon$  より小さい場合は計算を終了する. そうでなければ, 次のステップへ進む.
6. ラグランジュ関数の各要素密度に対する感度の計算を行う.
7. 前のステップで求めたラグランジュ関数の感度に対してフィルタリング処理を行う.
8. 最適性基準法により体積制約を満たしながら, 無次元密度の分布の更新を行う. その後, 反復回数を更新し, ステップ 3 に戻る.

### 参考文献

- 1) 保谷敬夫, “自動車の燃費向上のための軽量化 (<シリーズ>身近な材料・商品と GSC-持続可能な社会を目指す化学技術の過去・現在・未来-)”, 化学と教育, 公益社団法人 日本化学会, 第 54 巻第 4 号, pp.228-231, 2006.

- 2) 播摩一成,山田浩明,栢岡信由,高垣有紀,仲井朝美,大谷章夫,濱田泰以,“炭素纖維強化ポリプロピレンの界面せん断強度と機械的特性”,科学・技術研究,科学・技術研究会,第5巻第2号,pp.163-168,2016.
- 3) 堂坂健児,“自動車における樹脂材料の活用と ASR 減量化の課題”,廃棄物資源循環学会誌,一般社団法人 廃棄物資源循環学会,第29巻第2号,pp.108-115,2018.
- 4) 西脇眞二,泉井一浩,菊池昇,“トポロジー最適化”,丸善出版,2013.
- 5) K. Yoshihara, T. Kurahashi and M. Kobayashi, “Numerical and practical experiments for maximally stiff structure based on the topology optimization theory and the FEM”, The Japan Society for Industrial and Applied Mathematics, Vol.10(2018), pp.73-76.

(2019. 9. 20 受付)