

# コンクリート打撃時における 表面変位応答波形の 実測値と有限要素解析結果の比較

坂井 研斗<sup>1</sup>・吉原 健太<sup>2</sup>・倉橋 貴彦<sup>2</sup>・村上 祐貴<sup>3</sup>

外山 茂浩<sup>4</sup>・池田 富士雄<sup>5</sup>・井山 徹郎<sup>5</sup>

<sup>1</sup> 長岡技術科学大学 機械創造工学課程

(Department of Mechanical Engineering, Nagaoka University of Technology)

<sup>2</sup> 長岡技術科学大学大学院 機械創造工学専攻

(Department of Mechanical Engineering, Graduate School of Nagaoka University of Technology)

<sup>3</sup> 環境都市工学科

(Department of Civil Engineering, National Institute of Technology, Nagaoka College)

<sup>4</sup> 電子制御工学科

(Department of Electronic Control Engineering, National Institute of Technology, Nagaoka College)

<sup>5</sup> 機械工学科

(Department of Mechanical Engineering, National Institute of Technology, Nagaoka College)

Comparison of history of measurement displacement  
and numerical result of displacement by finite element analysis  
on concrete surface in hammering test

Kento SAKAI<sup>1</sup>, Kenta YOSHIHARA<sup>2</sup>, Takahiko KURAHASHI<sup>2</sup>, Yuki MURAKAMI<sup>3</sup>,  
Shigehiro TOYAMA<sup>4</sup>, Fujio IKEDA<sup>5</sup> and Tetsuro IYAMA<sup>5</sup>

## Abstract

In this paper, we present the comparison of history of measurement displacement and numerical result of displacement by finite element analysis on concrete surface in hammering test. The rectangular concrete test piece was employed as the experimental model and the numerical one, and the analysis for the three dimensional oscillation was carried out. The Galerkin procedure and the Newmark  $\beta$  method were applied to discretize the finite element equation for the three-dimensional oscillation in space and time, respectively.

**Key Words** : *hammering test, finite element Galerkin procedure, Newmark  $\beta$  method.*

## 1. はじめに

日本国内では橋梁の老朽化が進んでおり、構造物の点検保全業務の重要性が高まっている。しかし、

少子高齢化による労働人口の減少に伴い点検者が減少していることが問題視されている<sup>1)</sup>。そこで、技術者の経験的な技量に依らず、構造内の欠陥を定量的に把握する技術開発が行われている。先行研究で

は、マイクロフォンで打音時の音圧波形を計測し、対象物内の欠陥位置と大きさを同定するシミュレーションが行われた<sup>2)</sup>。一方で、マイクロフォンは周辺の音も収録するため、構造物内の音圧を用いるためには静音である必要がある。そこで数値実験にて、打撃による表面振動の変位からコンクリート構造内部の欠陥深さを同定する逆解析手法について検討された<sup>3)</sup>。

したがって、文献<sup>3)</sup>の手法において、実際の構造物の空洞位置同定の問題への適用性を確認する必要がある。そのためには、振動解析の結果と実測の値の一致性について事前に検証を行う必要がある。

そこで本研究では、インパルスハンマによる打撃力の測定値を用いて、図-1 に示す健全なコンクリート供試体（空洞の無い供試体）に対して、実測の加速度から得た変位応答と解析により得られた変位応答（第1ピーク周波数と振幅）の比較を行う。打撃試験では、コンクリートの下に2本のアルミアングルと2枚の天然ゴムを図-1のように置き、地盤からの反射を極力無視できる実験モデルとしている。



図-1 コンクリート供試体の写真

## 2. 三次元有限要素法による定式化

三次元モデルに対する振動方程式を有限要素法により離散化した方程式を計算モデル全体で重ね合わせた式を式(1)に示す。なお、質量行列 $M$ 、剛性行列 $K$ 、減衰行列 $C = \kappa_1 M + \kappa_2 K$  ( $\kappa_1, \kappa_2$  はレイリー減衰の係数)、節点変位ベクトル $d$ 、節点荷重ベクトル $F$ とする。

$$M\ddot{d} + C\dot{d} + Kd = F \quad (1)$$

また、時間方向の離散化手法として、ニューマーク $\beta$ 法を適用する。結果として変位および速度の時間進展式は、式(2)および式(3)のようになる。なお、現在の時刻の時間ステップを $n$ とし、その時刻から時間増分量 $\Delta t$ 後の時刻に対応する時間ステップを

$n+1$ とする。

$$\begin{aligned} d^{n+1} &= d^n + \Delta t \dot{d}^n + \Delta t^2 \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{d}^n \\ &\quad + \Delta t^2 \beta \ddot{d}^{n+1} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\dot{d}^{n+1} = \dot{d}^n + \Delta t(1 - \gamma)\ddot{d}^n + \gamma\Delta t\ddot{d}^{n+1} \quad (3)$$

ここで、 $\beta, \gamma$  はニューマーク $\beta$ 法におけるパラメータである。また、時間ステップ $n+1$ の加速度 $\ddot{d}^{n+1}$ は以下の式(4)により求められる。

$$\begin{aligned} &(M^{n+1} + \gamma\Delta t C^n + \Delta t^2 \beta K^n) \ddot{d}^{n+1} \\ &= F^{n+1} - C^n (\dot{d}^n + \Delta t(1 - \gamma)\ddot{d}^n) \\ &\quad - K^n \left( d^n + \Delta t \dot{d}^n + \Delta t^2 \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{d}^n \right) \end{aligned} \quad (4)$$

## 3. コンクリート表面における打撃試験

本研究では、図-2の直方体コンクリート供試体を3体作製し、これらに対して打撃試験を行った。また、各供試体を①～③の番号を付けて区別する。

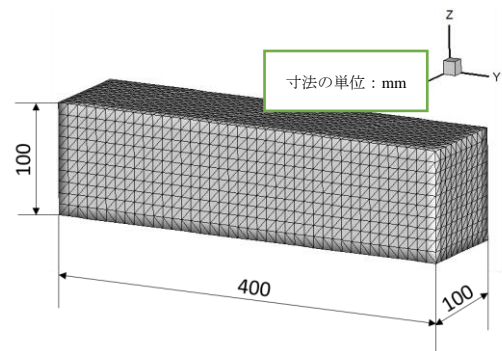


図-2 コンクリート供試体のメッシュ図

### 3. 1 測定器具

打撃力測定では小野測器製のインパルスハンマ「GK-3100」、加速度測定では加速度センサ「NP3331N20」が使われた。実際の測定器具およびコンクリート供試体は、図-3の通りである。



図-3 コンクリート供試体と測定器具

### 3. 2 コンクリートにおける測定データ

各供試体の質量を体積により除して算出された平均密度 $\rho$ を表-1に示す。

表-1 コンクリート供試体の平均密度

供試体番号	平均密度 $\rho$ , kg/m <sup>3</sup>
①	2356.25
②	2375.00
③	2408.75

「JIS A-1108」に基づいてコンクリートの圧縮試験を実施して得られた応力-ひずみ線図より導出したヤング率 $E$ を表-2に示す。ここで表-2の手法1のヤング率 $E$ は、「JIS A-1149」に基づいて導出した3つの試料の平均値であり、手法2のヤング率 $E$ は、弾性域の応力-ひずみ関係から算出したヤング率における3つの試料の平均値である。

表-2 ヤング率の測定値

手法	ヤング率 $E$ , MPa
1	35096
2	39582

本測定にて各供試体に加えられた打撃力の経時変化を、図-4～図-6に示す。

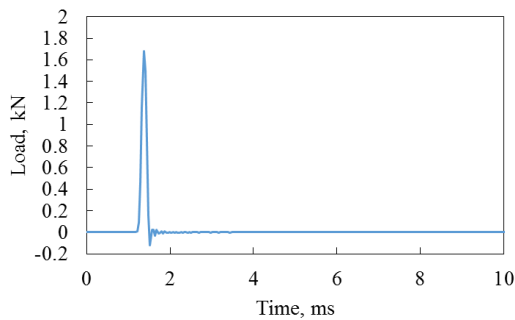


図-4 供試体①：打撃力の経時変化

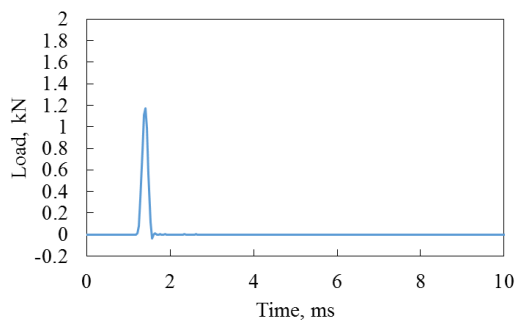


図-5 供試体②：打撃力の経時変化

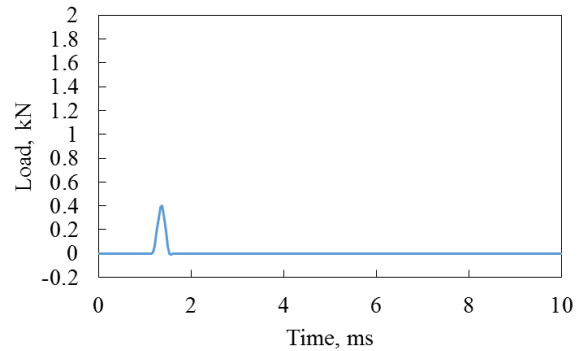


図-6 供試体③：打撃力の経時変化

## 4. 数値実験による解析値と実測値の比較

### 4. 1 解析条件

図-7に示す計算モデルを用いて振動解析を行う。また、図-7に打撃点および観測点の位置と固定支持の境界条件、表-3にメッシュ条件、表-4にポアソン比および離散化に関する条件を示す。

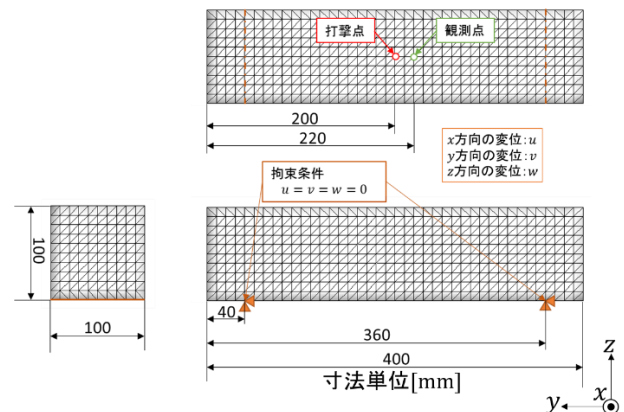


図-7 打撃点、観測点の位置および境界条件（三面図）

表-3 メッシュ条件

要素タイプ	四面体 1次
$x, y, z$ 方向の要素分割幅, mm	10.0
総節点数	2969
総要素数	12288

表-4 ポアソン比および離散化に関する条件

ポアソン比 $\nu$	0.16
時間刻み $\Delta t$ , $\mu s$	39.0625
パラメータ $\beta$	0.25
パラメータ $\gamma$	0.50

#### 4. 2 観測加速度履歴の変位履歴への変換

3. 2の表-1の供試体①の場合における観測加速度の経時変化を図-8, 観測変位の経時変化を図-9に示す. なお, 観測変位は観測加速度を2度台形則にて数値積分して得られる変位とする. 図-9より, 時間進展とともに観測変位が負の方向に大きくなっている. これは, 高周波成分が数値積分によって減衰される一方, 低周波成分は減衰しにくいためである. そこで, 観測加速度の低周波成分をハイパスフィルタによって減衰させてから観測変位に変換することを考える.

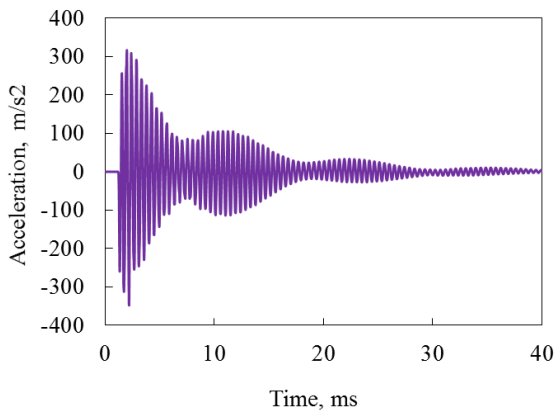


図-8 供試体①：加速度の経時変化

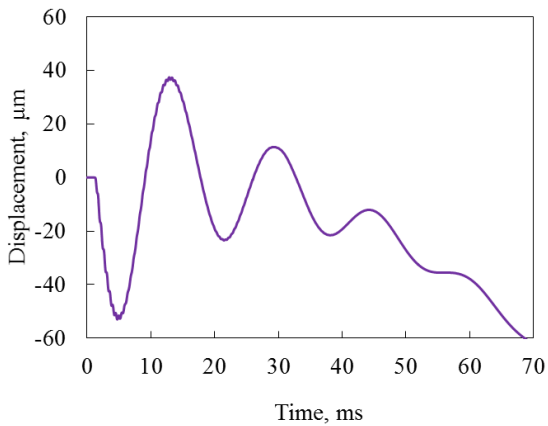


図-9 供試体①：変位の経時変化

はじめに, カットオフ周波数を1kHzに設定したハイパスフィルタを適用した場合における観測加速度の経時変化を図-10, 同様の高速フーリエ変換による周波数応答を図-11に示す. 図-10より, ハイパスフィルタの有無による観測加速度-時間応答の違いがほぼ無いことが分かる. 図-11より, 加速度応答の第1ピーク周波数がフィルタの有無で変わらないことが分かる. また, 加速度の大きさに関しても同じことがいえる.

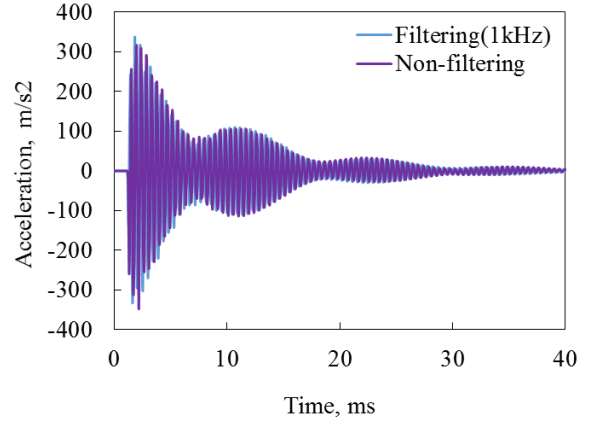


図-10 供試体①：加速度の経時変化  
(フィルタの有無における比較)

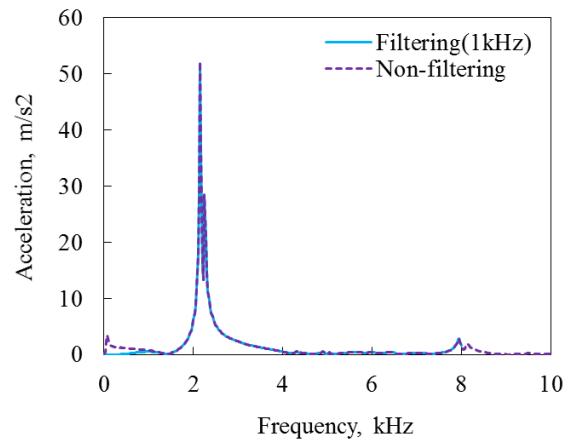


図-11 供試体①：加速度波形に対する周波数解析結果  
(フィルタの有無における比較)

次に, 前段落と同じく適用した観測変位の経時変化を図-12, 周波数応答を図-13に示す. これらの図は, カットオフ周波数が0.3kHz, 0.7kHz, 1kHzのハイパスフィルタを適用したものである. 図-12より, ハイパスフィルタを適用した観測変位が, 前段落で述べた通りに経時変化とともに負の方向に大きくなっていくことが分かる. 図-13より, ハイパスフィルタにおけるカットオフ周波数以下の周波数成分が減衰することが分かる. したがって本研究では, 全ての観測変位はカットオフ周波数が1kHzのハイパスフィルタを適用した観測加速度から得られるとする.

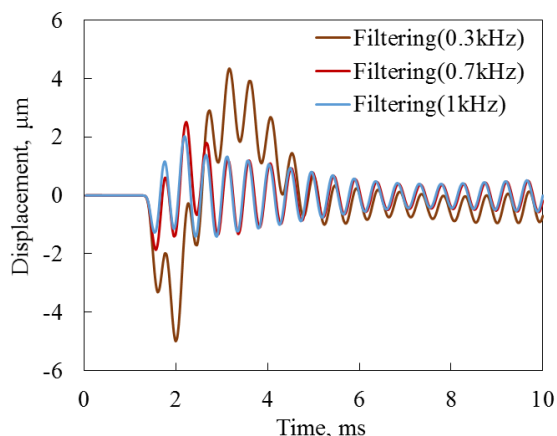


図-12 供試体①：変位の経時変化（フィルタ付）

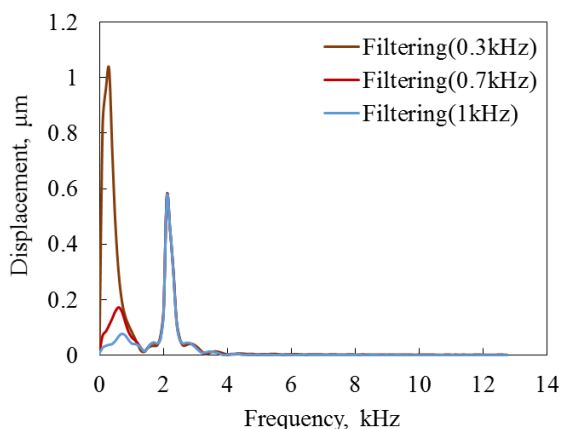


図-13 供試体①：変位波形に対する周波数解析結果（フィルタ付）

#### 4. 3 実測の物性値を用いた FEM 解析結果に関する考察

3. 2の打撃試験で測定した供試体①～③における観測データ（表-1,表-2）に基づいて，FEM解析を行う．実測における密度 $\rho$ およびヤング率 $E$ の組み合わせは，表-5のCase-a～Case-fが考えられる．また，レイリー減衰の係数は， $\kappa_1 = 600, \kappa_2 = 0$ を全ての条件に適用する．

表-5 Case-a～Case-fのヤング率・密度

Case	供試体番号	密度 $\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	ヤング率 $E$ , MPa
a	①	2356.25	35096
b			39582
c	②	2375.00	35096
d			39582
e	③	2408.75	35096
f			39582

変位の時間応答を図-14～図-19に示す．これらより，時間経過における観測変位と解析変位の周期が一致しないことが分かる．また，時刻0.008秒程までは，観測変位における振幅の大きさが解析変位より小さいことが分かる．

次に，周波数応答を図-20～図-25に示す．これらの図より，観測変位と解析変位の第1ピーク周波数が一致しないことが分かる．また，その周波数における振幅の大きさにおいて，観測変位の方が解析変位より小さいことが分かる．

したがって，観測変位と解析変位の周期・振幅が一致するときの各物性値を探す必要がある．そこで，次節にて物性値の大きさ変化における解析変位の周期および振幅の違いを調べる．

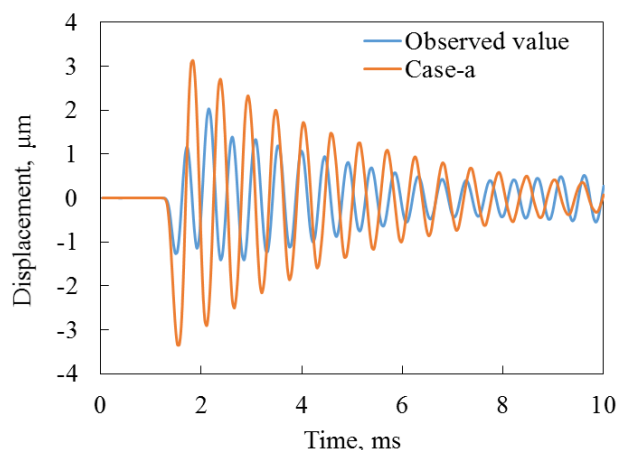


図-14 供試体①：変位の経時変化（観測波形とCase-aの比較）

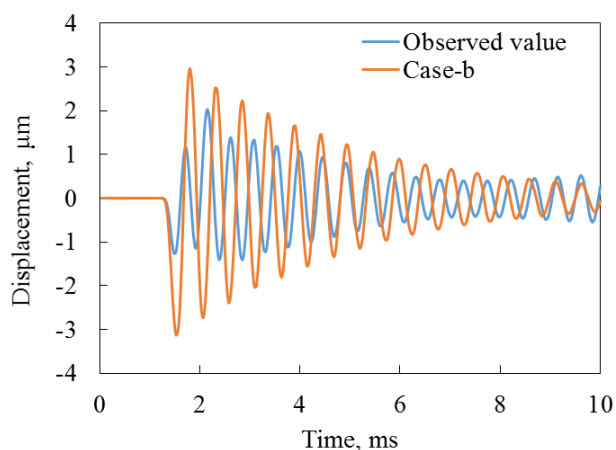


図-15 供試体①：変位の経時変化（観測波形とCase-bの比較）

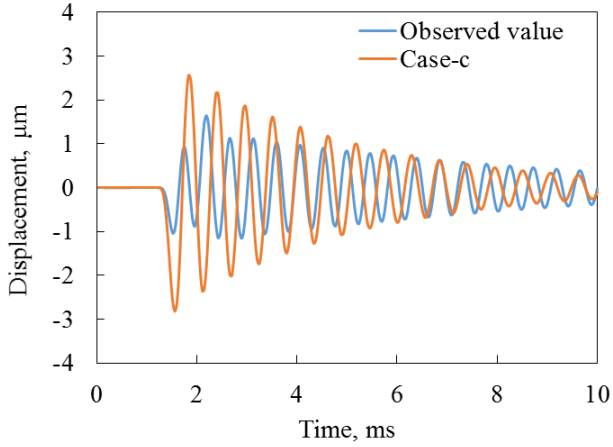


図-16 供試体②：変位の経時変化  
(観測波形とCase-cの比較)

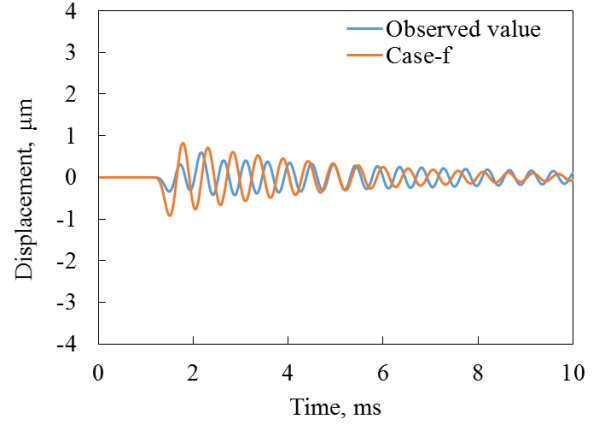


図-19 供試体③：変位の経時変化  
(観測波形とCase-fの比較)

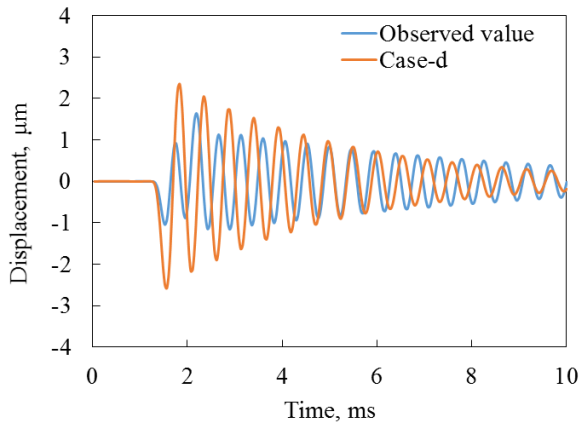


図-17 供試体②：変位の経時変化  
(観測波形とCase-dの比較)

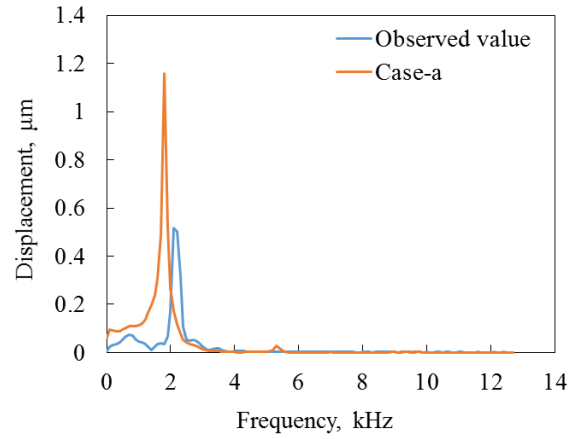


図-20 供試体①：変位に関する周波数解析結果  
(観測波形とCase-aの比較)

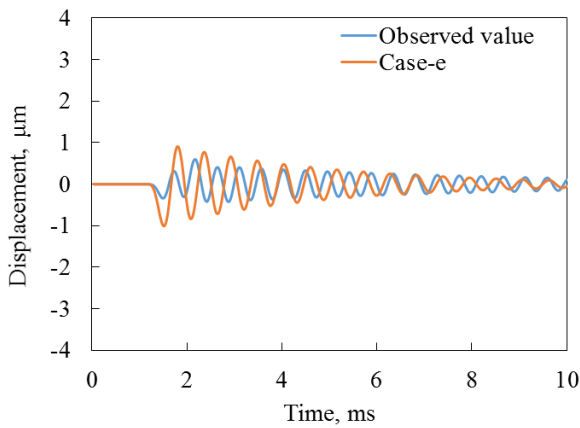


図-18 供試体③：変位の経時変化  
(観測波形とCase-eの比較)

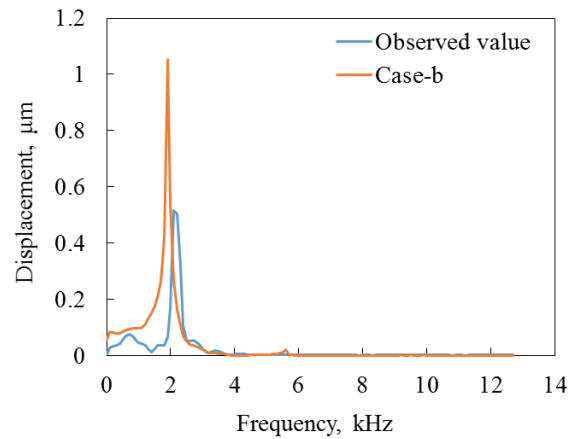


図-21 供試体①：変位に関する周波数解析結果  
(観測波形とCase-bの比較)

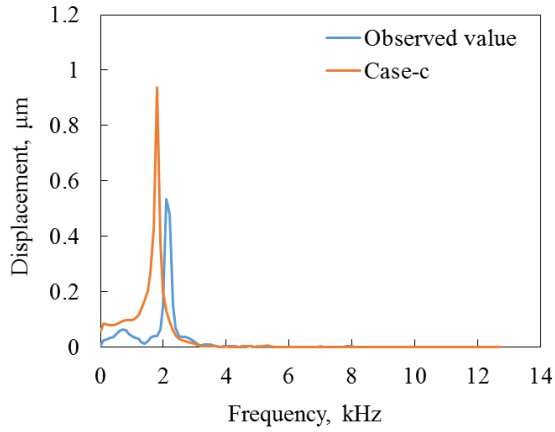


図-22 供試体②：変位に関する周波数解析結果  
(観測波形とCase-cの比較)

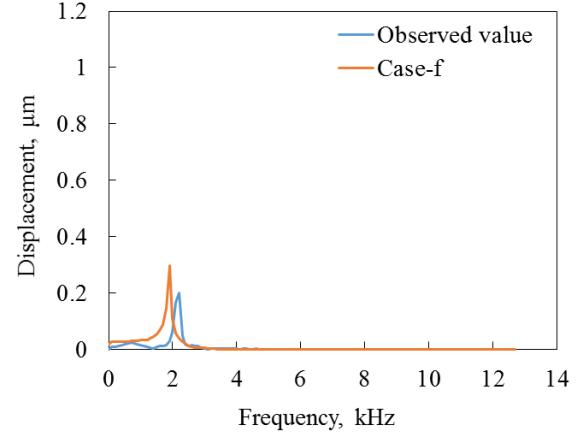


図-25 供試体③：変位に関する周波数解析結果  
(観測波形とCase-fの比較)

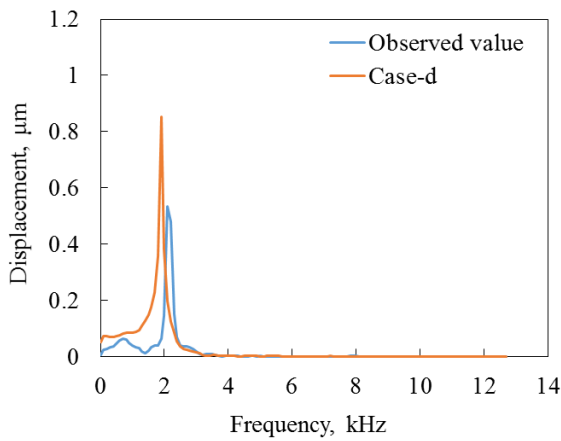


図-23 供試体②：変位に関する周波数解析結果  
(観測波形とCase-dの比較)

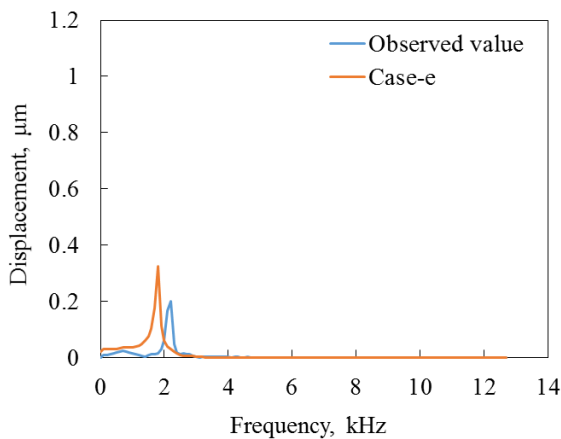


図-24 供試体③：変位に関する周波数解析結果  
(観測波形とCase-eの比較)

#### 4. 4 FEM 解析における各パラメータ変化による変位波形の違いに関する評価

表-6の物性値を基準とし、それぞれの値を増減させた場合の検討結果を以下に整理する。

表-6 物性値 (Case-1)

ヤング率 $E$ , MPa	35096
密度 $\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	1630
係数 $\kappa_1$	600
係数 $\kappa_2$	0

表-7 ヤング率 $E$ の増減における物性値の条件

Case	ヤング率 $E$ , MPa
1	35096
y1	33096
y2	37096

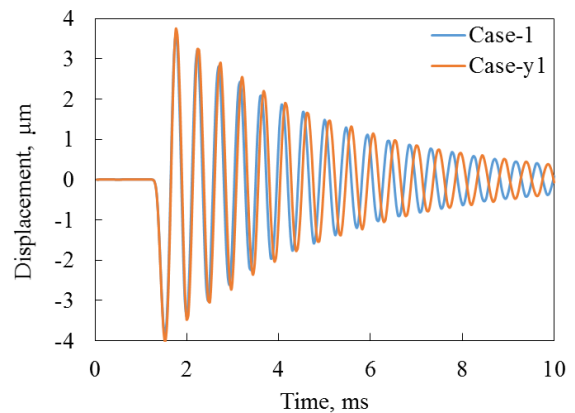


図-26 供試体①：変位の経時変化  
(Case-1とCase-y1の比較)

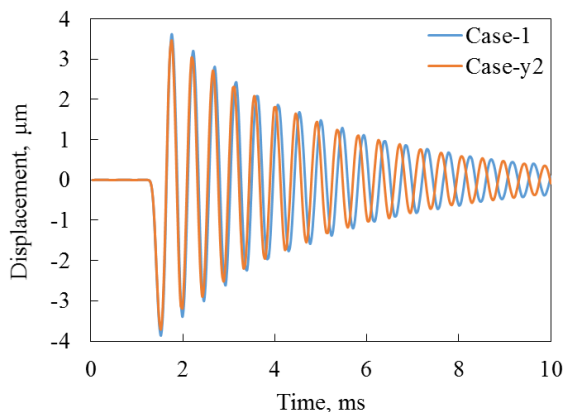


図-27 供試体①：変位の経時変化  
(Case-1とCase-y2の比較)

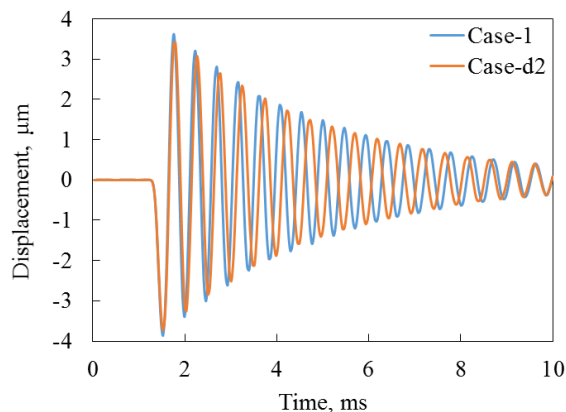


図-29 供試体①：変位の経時変化  
(Case-1とCase-d2の比較)

はじめに、ヤング率 $E$ の増減による変位応答の違いを調べる。ヤング率 $E$ の条件を表-7に示す。また、Case-1とCase-y1における変位の経時変化を図-26に、Case-1とCase-y2の場合を図-27に示す。ヤング率を小さく設定すると振幅は増加し、周期が短くなる傾向にあることがわかる。

次に、密度の増減による変位応答の違いを調べる。密度の条件を表-8に示す。また、Case-1とCase-d1における変位の経時変化を図-28に、Case-1とCase-d2の場合を図-29に示す。密度を小さい値に設定した場合は、振幅は増加し、周期が長くなる傾向にあることがわかる。

表-8 密度 $\rho$ の増減における物性値の条件

Case	密度 $\rho, \text{kg/m}^3$
1	1630
d1	1430
d2	1830

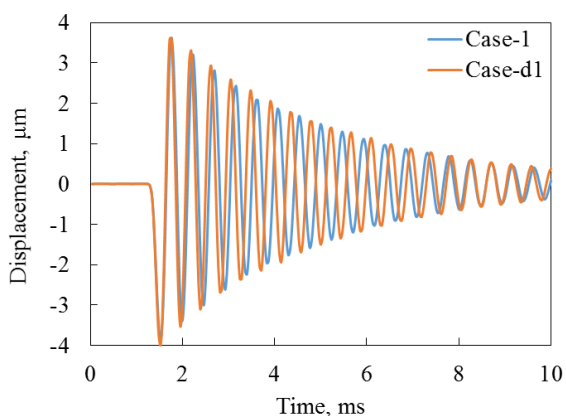


図-28 供試体①：変位の経時変化  
(Case-1とCase-d1の比較)

表-9 係数 $\kappa_1$ の増減における物性値の条件

Case	係数 $\kappa_1$
1	600
cm1	500
cm2	700

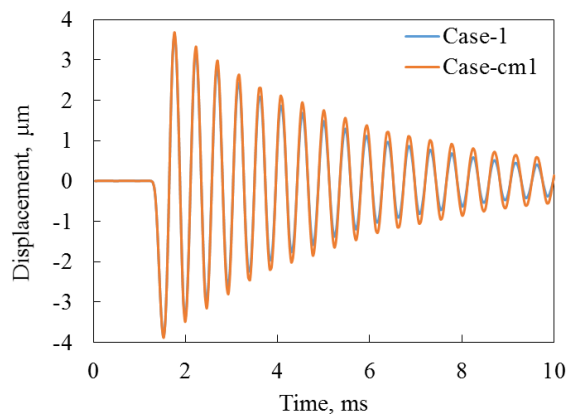


図-30 供試体①：変位の経時変化  
(Case-1とCase-cm1の比較)



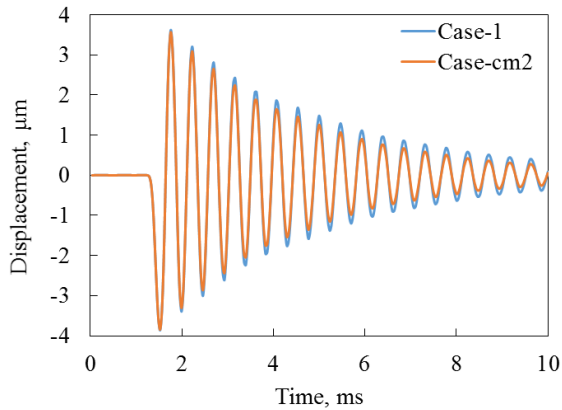


図-31 供試体①：変位の経時変化  
(Case-1とCase-cm2の比較)

最後に、係数 $\kappa_2$ の増減による変位応答の違いを調べる。まず、調べた係数 $\kappa_2$ の条件を表-10に示す。また、Case-1とCase-ckにおける変位の経時変化を、図-32に示す。係数 $\kappa_1$ と同様に、係数 $\kappa_2$ を小さく設定した場合は振幅が増加する傾向にあることがわかる。

表-10 係数 $\kappa_2$ の増減における物性値の条件  
(Case-1との比較)

Case	係数 $\kappa_1$
1	0
ck	0.00001

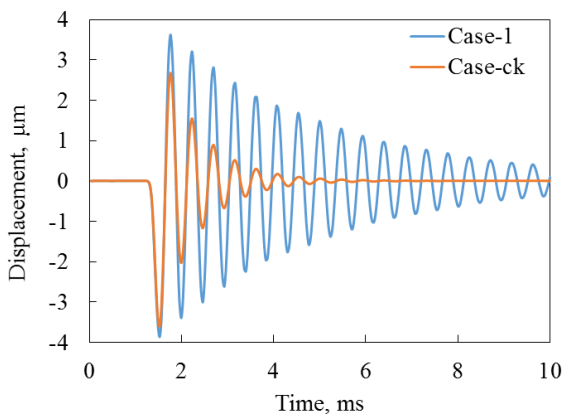


図-32 供試体①：変位の経時変化  
(Case-1とCase-ckの比較)

次節では、前段に述べた結果を利用して、変位-周波数応答の第1ピーク周波数において、解析値と実測値を一致させた例を挙げる。

#### 4. 5 数値実験による解析値と実測値が変位-周波数応答の第1ピーク周波数において一致する例

供試体を実際に打撃して得られた実測の変位とFEM解析により得られた変位について、変位-周波数応答の第1ピークが概ね一致する場合の例を示す。なお、比較対象とする実物モデルは供試体①とする。供試体①の変位-周波数応答が一致した場合における解析上の材料物性値および計算パラメータを表-11に示す。また、実物モデルで計測された入力打撃波形は図-33であり、これをFEM解析の入力打撃に用いた。変位の経時変化を図-34に、周波数解析結果を図-35に示す。

表-11 物性値 (Case-m)

ヤング率 $E$ , MPa	35096
密度 $\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	1630
係数 $\kappa_1$	600
係数 $\kappa_2$	0

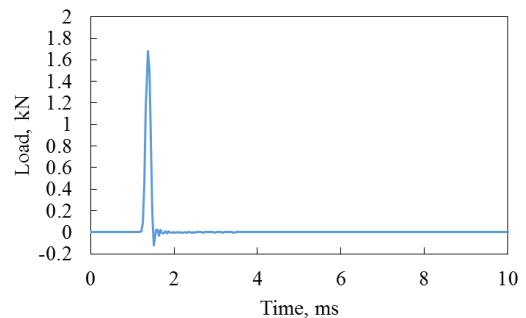


図-33 供試体①：打撃力の経時変化

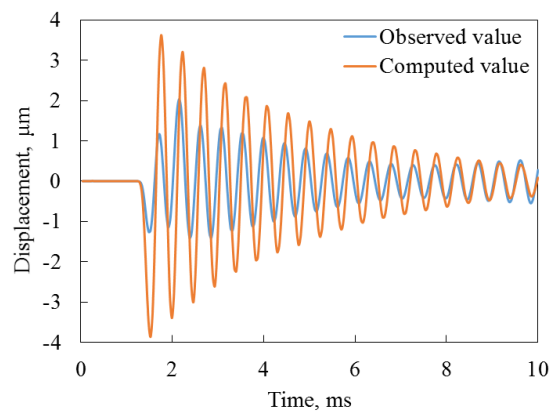


図-34 供試体①：変位の経時変化  
(観測波形とCase-mの比較)

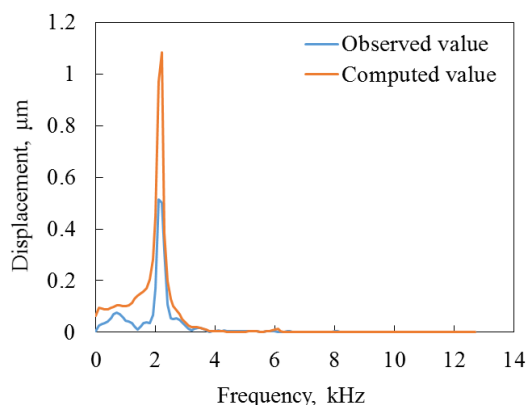


図-35 供試体①：変位応答に対する周波数解析結果  
(観測波形とCase-mの比較)

## 5. おわりに

本研究では、矩形のコンクリート供試体を用いた打撃試験を行い、加速度センサにより得られた応答波形を数値積分することで算定される変位応答値と有限要素解析による変位の経時変化について比較を行った。結果を以下に整理する。

- (1) 実測の加速度から得た変位波形に対してハイパスフィルタを適用しない場合、時間経過後、変位の値は零に収束しない。
- (2) コンクリート供試体の平均密度は実測値に対して約 70%の値、またヤング率は「JIS A-1149」に基づいて導出された値を用いて有限要素解析を行った場合、実測の加速度から得た変位波形と解析により得られた変位波形の第 1 ピーク周波数がおおむね一致する。
- (3) 本研究では、解析時間を 0.01 秒までと設定したが、解析時間をより長く設定した場合、対象とする時間区間全体において実測加速度より求めた変位応答値と解析により得られた変位の経時変化を完全に一致させることは困難であると考えられる。

上記の結果より、実測の加速度から得た変位波形と解析により得られた変位波形の第 1 ピーク周波数を一致させられることが分かった。しかし、変位の時間応答を見た場合、対象とする時間区間によっては、実測値から得た変位応答値と、解析によって得られた変位応答値が必ずしも一致しないということが分かった。このため、変位応答の実測値を使用した構造内部における空洞位置の同定解析では、対象とする解析時間区間によっては、周波数帯における変位応答値を使用し、解析によって得られる変位応答値との一致性を評価するように改良した方が良い

場合もあると考えられる。

**謝辞：**本研究を進めるにあたり、長岡工業高等専門学校の上野研究室の学生皆様に 2 章における実験の補助やコンクリート供試体の作製等をしていただいた。また、本研究の解析結果は、九州大学情報基盤研究開発センターの高性能アプリケーションサーバを使わせていただいた上で計算を行ったものである。ここに謝意を表す。

## 参考文献

- 1) 国土交通省, “老朽化の現状・老朽化対策の課題”.  
<https://www.mlit.go.jp/road/sisaku/yobohozen/torikumi.pdf> (参照 2019-09-20).
- 2) 松岡瑛喜, 廣瀬陽一, 倉橋貴彦, 村上祐貴, 外山茂浩, 池田富士雄, 井山徹郎, 井原郁夫, “打音検査による欠陥定量的評価の高精度化に対する随伴変数法の適用”, 材料. 2018, vol.67, no.9, pp.869-876.  
[https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsms/67/9/67\\_869/\\_pdf/-char/ja](https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsms/67/9/67_869/_pdf/-char/ja). (参照 2019-09-20)
- 3) 吉原健太, 倉橋貴彦, 村上祐貴, 外山茂浩, 池田富士雄, 井山徹郎, 井原郁夫, “随伴変数法に基づくコンクリート構造内部における欠陥深度の推定解析 (打音検査による観測変位量を想定した数値実験)”, 日本機械学会論文集. 2019, vol.85, no.869, pp.1-13.  
[https://www.jstage.jst.go.jp/article/transjsme/85/869/85\\_18-00371/\\_pdf/-char/ja](https://www.jstage.jst.go.jp/article/transjsme/85/869/85_18-00371/_pdf/-char/ja). (参照 2019-09-20)

(2019. 9. 25 受付)