論 文

仮想領域法を用いた有限要素解析による フライス加工時における工具切れ刃先端近傍の 間接的温度推定法に関する提案 – エンドミルの径と工具切れ刃先端近傍温度の 関係に関する考察-

倉橋 貴彦¹・羽根川 英²・井伊 優生³・杉澤 元次郎⁴・井山 徹郎⁵・近藤 俊美⁶

1機械工学科	(Department of Mechanical Engineering, Nagaoka National College of Technology)
2機械工学科	(Department of Mechanical Engineering, Nagaoka National College of Technology)
3機械工学科	(Department of Mechanical Engineering, Nagaoka National College of Technology)
4機械工学科	(Department of Mechanical Engineering, Nagaoka National College of Technology)
5機械工学科	(Department of Mechanical Engineering, Nagaoka National College of Technology)
6機械工学科	(Department of Mechanical Engineering, Nagaoka National College of Technology)
(20)14年度より: ^{1,2} 長岡技術科学大学 機械系) (現: ³ 株式会社クラレ)

Proposal of Indirect Estimation Method with Respect to Temperature near Tip of Cutting Edge of Tool in Milling Based on Fictitious Domain and Finite Element Methods - Remarks for Relationship between Diameter of Endmill and Temperature near Tip of Cutting Edge of Tool -

Takahiko KURAHASHI¹, Suguru HANEGAWA², Masaki II³, Motojiro SUGISAWA⁴, Tetsuro IYAMA⁵ and Toshimi KONDO⁶

Abstract

In this study, an analysis of temperature distribution on material surface in milling is carried out based on fictitious domain and finite element methods. To know characteristics of tool wear, it is important to know temperature at the tip of cutting edge in milling. Therefore, temperature near tip of cutting edge in milling is indirectly estimated such that the observed temperature on the material surface is close to the temperature obtained by numerical simulation. In case of numerical simulation considering the rotation and the movement of tool, we have to solve the moving boundary problem, and, in general, the adaptive remeshing method is employed. On the other hand, if the fictitious domain method is employed, it is not necessary to apply remeshing technique. In this study, the temperature near tip of cutting edge is estimated based on the results of finite element analysis using the fictitious domain method.

Key Words : fictitious domain method, finite element method, moving boundary problem, milling

1. はじめに

フライス加工時における工具温度に着目した研究 は数多く行われている1)-3). 切削時の刃先温度は工 具寿命の低下にも繋がるため、 高速切削下や連続加 工時間が増加する場合を対象とした刃先温度管理シ ステムの構築4や、低熱伝導性の材料加工のための 工具温度管理システムに関する研究が行われている 5). 実際の切削時に,工具先端に熱電対を付け温度 計測を行うことが可能であれば実測も行うことがで きるが、工具が回転体であるため工具先端近傍の温 度を計測することは困難である. そこで、本論文で は、数値シミュレーションの結果から間接的に工具 先端近傍温度の推定を行う方法について提案する. フライス加工時における工具や材料の温度をシミュ レーションにより求める場合,回転物体と移動物体 を考慮した解析を行う必要がある.このような工具 の解析を行う場合は、あらかじめ用意したメッシュ の節点上を熱源の点が移動するものとし、節点上に おいて温度を直接与える場合がほとんどである.し かし、工具先端の描く軌跡上に必ずしも節点が存在 しているとは限らないため, 要素内に工具の先端の 点が存在する場合においても,切削対象内の温度の 拡がり方を適切に再現できる様に計算が行える方が 望ましいと考えられる. そのため、切削対象となる 工作物と工具の領域を分け、2つの領域を使用した 熱伝導解析を考え,仮想領域法^{6,7),8)}を使用した有限 要素法に基づく熱伝導解析について検討を行う.

仮想領域法とは,解析を行う全体領域(本論文で は切削対象の工作物)以外に副領域(本論文では工 具)を設けて、副領域を全体領域に重ねて解析を行 う手法である. 図-1の(a)に仮想領域法において用 いるメッシュの全体図を、(b)に拡大図を示す.移 動物体問題においては要素の再生成を行う必要なく 解析を行うことが可能であり,この点が通常の解析 手法と異なる点であり、利点でもある.また、仮想 領域法を使用した研究としては、主に流体中におけ る粒子の落下問題を対象とした研究が行われており, 実験時に見られる二つの粒子の落下時の吸引や衝突 の現象を良く再現できているとの報告もある⁹.仮 想領域法を使用した研究は流れ場を対象のとしたも のがほとんどであるため、本論文では温度場に対す る仮想領域法の適用を考える.具体的な内容として は、工具先端より温度を与え回転移動する工具を含 む熱伝導解析に対して仮想領域法を適用し,有限要



図-1 仮想領域法における有限要素メッシュの例

素法に基づく解析結果と切削時における材料表面温 度の計測値の比較を行う.また,工具の摩耗特性等, 工具を管理する上で,切削時における工具の先端近 傍の温度を知る事は非常に重要なことである.そこ で,本研究では被削材表面において計測した温度履 歴とシミュレーション結果が合うような,工具先端 近傍における切削時の温度を間接的に推定する方法 について検討する.解析モデルは板厚の薄いアルミ ニウム合金板を対象とし,厚み方向における熱伝導 に比べ平面方向の熱伝導が支配的であるとし,平面 二次元モデルを対象とする.

支配方程式の離散化および背景領域内の 各要素に対する副領域の節点探索

図-2に示す計算領域の背景領域Ω(二次元平面領域)に対して,式(1)に示す熱伝導方程式に対して 仮想領域法および有限要素法を適用する.



$$\dot{\phi} - K\phi_{,ii} = 0 \quad in \quad \Omega \tag{1}$$

ここに、φは温度、Kは熱拡散率を示す. 境界は、第1種境界Γd(温度固定境界)と第 2種境界Γn(熱伝達境界)に分けられ、式(2) のように書くことができる.

$$\begin{cases} \phi = \hat{\phi} \quad on \quad \Gamma_d \\ q = \frac{h}{\rho c} (\phi_{\infty} - \phi) \quad on \quad \Gamma_n \end{cases}$$
(2)

ここに、qは熱流束、hは熱伝達率、 ρ は領域 Ω の材料の密度、cは領域 Ω の材料の比熱、 ϕ_{∞} は領域 Ω の 外部の雰囲気温度を示す.ここで、式(1)に完全陰 解法を適用し時間方向に離散化すると、式(3)のように書くことができる.

$$\phi^{n+1} - \Delta t K \phi_{,ii}^{n+1} = \phi^n \quad in \quad \Omega \tag{3}$$

また,副領域(仮想領域)ωにおいては,温度φαが 既知であるものとし,式(4)のように与える.

$$\phi = \phi_a \quad in \quad \omega \tag{4}$$

ここで,式(3)に副領域ωの温度の条件を考慮するために,ラグランジュの未定乗数法を導入すると,式(5)のように書くことができる.

$$\begin{cases} \phi^{n+1} - \Delta t K \phi^{n+1}_{,ii} + \lambda^{n+1} = \phi^n & in \quad \Omega \\ \phi^{n+1} - \phi_\alpha = 0 & in \quad \omega \end{cases}$$
(5)

ここに、 λ はラグランジュの未定乗数を示す.式(5) の各式の両辺に重み関数 ϕ^* 、 λ^* を乗じて、背景領域 における要素領域 Ω_e と、副領域における要素領域 ω_e において積分をすると、重み付き残差方程式は式 (6)のように得られる.

$$\begin{cases} \int_{\Omega e} \phi^* \phi^{n+1} d\Omega - \Delta t K \int_{\Omega e} \phi^* \phi_{,ii}^{n+1} d\Omega + \int_{\omega e} \phi^* \lambda^{n+1} d\omega \\ = \int_{\Omega e} \phi^* \phi^n d\Omega \quad in \quad \Omega \\ \int_{\omega e} \lambda^* (\phi^{n+1} - \phi_\alpha) d\omega = 0 \quad in \quad \omega \end{cases}$$
(6)

また,式(6)の第1式の左辺第2項にグリーンの定理 を適用すると,式(7)のようになる.

$$\int_{\Omega e} \phi^* \phi^{n+1} d\Omega + \Delta t K \int_{\Omega e} \phi^*_{,i} \phi^{n+1}_{,i} d\Omega + \int_{\omega e} \phi^* \lambda^{n+1} d\omega$$

$$= \int_{\Omega e} \phi^* \phi^n d\Omega + \Delta t \int_{\Gamma e} \phi^* q^{n+1} d\Gamma \quad in \quad \Omega$$
(7)

ここで、領域Ω。における積分に際して、補間関数を 式(8)のように定義する.

$$\begin{cases} \phi^* = N_1 \phi_1^* + N_2 \phi_2^* + N_3 \phi_3^* = \mathbf{N}^T \mathbf{c}^* \\ \phi = N_1 \phi_1 + N_2 \phi_2 + N_3 \phi_3 = \mathbf{N}^T \mathbf{c} \end{cases}$$
(8)

ここに、Niは三角形一次の形状関数を示し、添え字の1,2,3は各頂点の番号を示す.また、領域ωeにおける積分に際して、補間関数を式(9)のように定義する.

$$\begin{cases} \lambda^* = \lambda^*(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} - \mathbf{a}) \\ \lambda = \lambda(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} - \mathbf{a}) \end{cases}$$
(9)

ここに、 δ はデルタ関数を示している.式(9)を使用 して、式(6)、(7)における領域 ω_e の積分を行うと式 (10)、(11)のように書くことができる.

$$\int_{\omega e} \phi^* \lambda d\omega = \sum_{i=1}^{Nd} \phi_i^* \lambda_i \tag{10}$$

$$\int_{\alpha\varepsilon} \lambda^* (\phi - \phi_\alpha) d\omega = \sum_{i=1}^{Nd} \lambda_i^* \phi_i - \sum_{i=1}^{Nd} \lambda_i^* \phi_{\alpha i}$$
(11)

-67-

ここに、 N_d は対象とする要素 Ω_e 内に存在する副領域 の節点の数を示す.ここで、 ϕ^* 、 ϕ は式(8)に示す 補間関数により表される.今、 $\mathbf{20-3}$ のように、対象 とする要素 Ω_e 内に副領域の節点が1点ある状態を想 定し、有限要素方程式を導く.ここに、副領域の節 点座標は $a=(x_a,y_a)$ とする.結果として、有限要素方 程式は式(12)のように書くことができる.本検討で は、解析領域全体において重ね合わせた有限要素方 程式の解法に、共役勾配法を適用する.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix}^{(n+1)} + \begin{bmatrix} \Delta t \mathbf{H} & \mathbf{B}^T \\ \mathbf{B} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix}^{(n+1)} \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix}^{(n)} + \begin{bmatrix} \Delta t \mathbf{t} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}^{(n)}$$
(12)

ここに,式(12)における各係数行列は式(13)のように書くことができる.

$$\begin{cases} \mathbf{M} = \int_{\Omega e}^{\mathbf{N} \mathbf{N}^{T}} d\Omega \\ \mathbf{H} = K \left(\int_{\Omega e}^{\mathbf{N}} \mathbf{N}_{,x} \mathbf{N}_{,x}^{T} d\Omega + \mathbf{N}_{,y} \mathbf{N}_{,y}^{T} d\Omega \right) \\ \mathbf{B} = \left\{ N_{1} \Big|_{x = x_{a}, y = y_{a}} & N_{2} \Big|_{x = x_{a}, y = y_{a}} & N_{3} \Big|_{x = x_{a}, y = y_{a}} \right\} \\ \mathbf{c} = \left\{ \phi_{1} \quad \phi_{2} \quad \phi_{3} \right\}^{T} \\ \mathbf{r} = \lambda \Big|_{x = x_{a}, y = y_{a}} \\ \mathbf{t} = \int_{\Gamma e}^{\mathbf{q} \mathbf{N} d\Gamma} \\ \mathbf{f} = \phi_{\alpha} \Big|_{x = x_{a}, y = y_{a}} \end{cases}$$
(13)

また、仮想領域法を用いた解析では背景領域の各 要素における副領域の各節点を探索する必要がある. ここで、図-3のように背景領域のある要素の三点の 座標を(x1,y1)、(x2,y2)、(x3,y3)とし、その要素内に副 領域の節点(節点座標(xa,ya))が存在するものとす る.この場合、式(14)に示す行列式を計算すると D1>0、D2>0、D3>0となり、式(14)に示す行列式が全 て正の値となった場合に背景領域内の要素において 副領域の節点があることを判定できる.ここに、フ ライス加工時の工作物表面の温度分布を算出する計 算の流れを図-4に示す.



図-3 背景領域と副領域の重なった状態の例



$$D_{1} = \begin{vmatrix} x_{1} - x_{a} & y_{1} - y_{a} \\ x_{2} - x_{a} & y_{2} - y_{a} \end{vmatrix}, \quad D_{2} = \begin{vmatrix} x_{2} - x_{a} & y_{2} - y_{a} \\ x_{3} - x_{a} & y_{3} - y_{a} \end{vmatrix},$$

$$D_{3} = \begin{vmatrix} x_{3} - x_{a} & y_{3} - y_{a} \\ x_{1} - x_{a} & y_{1} - y_{a} \end{vmatrix},$$
(14)

3. 仮想領域法および有限要素法によるフラ イス加工時の非定常熱伝導解析

3.1 エンドミル径が32mmの場合に対する検討

本節では、フライス加工時の非定常熱伝導解析の 例を示す.加工対象の材料をアルミニウム合金 (A5052)(100mm×100mm×8mm)とし、本検討では、 切込み深さ2mm、送り速度を2mm/s、 直径D=32mm の工具(図-5((a)は横断面,(b)は縦断面))を使



(a)水平断面



(b) 垂直断面図-5 エンドミルの写真(径:32mm)



図-6 計測点の位置

用し、回転数を1240min⁻¹と設定する.実際の加工 では、工具は回転のみで加工対象となる工作物を送 ることで切削が行われるが、解析においては、工作 物(背景領域)を固定し、工具(副領域)を移動さ せるものとする.工具により切削する際の温度の計 測位置を図-6に示す.本検討では、切削加工時にお けるアルミニウム合金表面の各計測点における計測 温度と解析温度が良好に一致するシミュレーション を行うことを目的とする.また解析条件として、切 れ刃の軸方向に対する熱源位置の変化、また切削時 における溝の発生は考慮せず、上平面から見た板表 面における温度分布の解析を行う.本解析において は、工具先端における温度は既知量として取り扱う ため、工具側の熱伝導は考慮せず、アルミニウム合 金側のみの熱伝導解析を行う.

仮想領域法を用いるため、図−7((a)は全体図, (b)は拡大図)のように2種類の有限要素メッシュを 用意する. 矩形領域を領域 Ω とし, **図**-7の左側に示 す領域は工具の断面形状を表したメッシュであり, 副領域 ω とする. また本検討では, 矩形領域の周辺 境界は熱伝達境界とし, 雰囲気温度 ϕ_{∞} は21.6°C, 熱伝達率hは4W/(m²・°C), アルミニウム合金の密度 ρ と比熱cは2700kg/m³, 899J/(kg・°C)とする¹⁰. その 他の計算条件は, **表**-1に整理する.

また、同条件下において、工作物表面において熱 画像をサーモグラフィーにより撮影した画像を図-8 に示す.工具先端近傍の点における温度を測れる解 像度は有していないため、画像より判別することは 困難であるが、この熱画像より切削前半円において 温度が高くなっていることは確認できる.この結果 を踏まえ、図-9に示すように、切削している点のみ に温度を与える条件とするため、図-9に示す角度 θ が-90°< θ <90°の範囲の際に温度 ϕ_a を切削先端の点に おいて与え、それ以外の場合は ϕ_a の条件を与えな いものとする.また切削厚さの変化による工具刃先 先端における温度の変化はないものとし、切削時に おいては一定温度とする.







図-7 有限要素メッシュと計算条件

Time increment Δt ,s	0.001
Number of time step	40000
Number of nodes in Ω	10201
Number of elements in Ω	20000
Number of nodes in ω	933
Number of elements in ω	1768
Initial temperature in Ω , $^{\circ}C$	21.5
Thermal diffusivity K , mm ² /s	99.75
Rotation speed of endmill, min ⁻¹	1240
Feed speed, mm/s	2.0

表-1 計算条件



図-8 サーモグラフィによる T=20sec における材料表面 の熱画像



• : Temperature " ϕ_a " is not given.

• : Temperature " ϕ_a " is given.

Temperature " ϕ_a " is given during cut of material, i.e., temperature " ϕ_a " is given in -90° $< \theta \le 90^\circ$.

図-9 副領域 ω における温度 g の与え方に対する イメージ図

数値実験として,工具刃先先端における温度 φ α を30.0℃~34.0℃の間において0.5℃刻みで変え,式 (15)により計測値と解析結果の残差二乗和により各 計測点における計測値と解析値の一致率について評 価する.

$$E_{Total} = E_{pointA} + E_{pointB}$$

= $\sum_{i=1}^{Nobs} (\phi_{comp.}^{A(i)} - \phi_{obs.}^{A(i)})^2 + \sum_{i=1}^{Nobs} (\phi_{comp.}^{B(i)} - \phi_{obs.}^{B(i)})^2$ (15)

ここに、Nobsは5s置きに計測した計測値の数を示し ており、 $\phi_{comp.}^{A(i)}$ 、 $\phi_{comp.}^{B(i)}$ は解析により求まった 温度, $\phi_{obs.}^{A(i)}$, $\phi_{obs.}^{B(i)}$ は計測により求まった温度 を示している.計測温度は、計測点Point A, B (図-6)において,熱電対(株式会社チノー製 熱電対 (MC3000), 温度分解能:0.1℃)により収録周期を 5sとし工作物表面において計測したデータである. 本検討では、計測点で測定した熱電対による温度の 分解能が0.1℃であり、有効桁数も考え0.5℃刻みで 検討を行う.工具切れ刃先端における温度φαに対 して,残差二乗和を整理した結果を図-10に示す. 結果として、 φ αの温度を38.2℃とした場合に、残差 二乗和の計測結果の値が最小となる結果となった. *φ*αの温度を38.2℃とした場合の計測点Point A,Bにお ける解析結果と計測温度の比較を図-11に、また時 刻T=10sごとにおける被削材の表面温度分布および エンドミルの回転移動位置を図-12に整理する.切 削時に工具切れ刃先端における温度φαを与える様 にしているため、温度分布は工具の先端が描く軌跡 上が最も大きな値を示し、工具切れ刃先端の温度が 拡散し被削材全体に拡がっている様子を確認できる. また、工具は中心線上を回転しながら移動している ため、上下において対称な温度分布とはならないこ とも確認できる.

3.2 エンドミル径が16mm, 25mmの場合に対する検討

前節の検討に基づき、加工対象の材料をアルミニ ウム合金(A5052) (100mm×100mm×8mm) とし、切 込み深さ2mm,送り速度を2mm/sとした場合におい て,エンドミルの径とエンドミル先端近傍温度の関 係に関する考察を行う. 径が16mm, 25mmのエン ドミルに対して,前節と同様の検討を行い,エンド ミル先端近傍温度を推定し、各エンドミルの径とエ ンドミル先端近傍温度の関係から、エンドミル先端 近傍温度の推定式を誘導する.解析条件は表-1に従 うことにし、各径の場合に対する板の初期温度は、 切削時の測定温度に基づき,径が16mmの場合は 17.89℃, 径が25mmの場合は26.85℃とする. 前節の例に従い、エンドミルの径を変えてエンド ミル先端近傍温度を推定した結果、エンドミルの径 を16mmとした場合は、エンドミル先端近傍温度 φ_αは24.6℃となり(図-13),またエンドミルの径 を 25mm とした場合は、エンドミル先端近傍温度 φ_αは33.7℃となった(図-14).エンドミル径 16mm と 25mm の場合における各計測点 A,B での温 度履歴を図-15,16に整理する.実線が仮想領域法に



図-10 エンドミル先端温度 φ_αと残差二乗和 Eの関係 (D=32mm)





(a-1) T=10sec.



(a-2) T=10sec.



(b-1) T=20sec.



(b-2) T=20sec.



(D=32mm)

基づく有限要素解析の結果であり、誤差バーによ り示している結果は温度計測結果を示している. ど ちらの径の場合も、計測値と若干の差異はあるもの の、各計測点における計測温度の平均値の推移と傾 向は似ているものと考えられる.

これらの結果をもとに、エンドミルの径と本論文 において提案する計算の流れにおいて推定されたエ ンドミル先端近傍温度の関係を整理すると図-17の ようになる.結果の傾向より両変数の間には線形の 関係があると考えられたため、線形の方程式により 最小二乗近似を行ったところ、エンドミル先端近傍 温度 ϕ_a はエンドミルの径をDとした場合 「 ϕ_a =0.8575×D+11.3005」という関係で表せること がわかった.本論文における検証ではD=16mm, 25mm,32mmのケースで検討をしているため、ここ に示したエンドミル先端近傍温度 ϕ_a とエンドミル の径Dの関係式は、エンドミルの径Dが 16mm<D<32mmの間においての関係式であることに 注意する必要がある.



図-13 エンドミル先端温度 φ_αと残差二乗和 Eの関係 (D=16mm)





変化(D=16mm)



4. おわりに

本研究では、フライス加工時における材料表面温度 を予測するため、仮想領域法および有限要素法に基



図-16 φ_α=33.7℃の場合における個々の計測点での温度 変化(*D*=25mm)



図-17 エンドミル径とエンドミル先端温度の関係

づく非定常熱伝導解析プログラムの構築を行った. 背景領域Ωの離散化には三角形一次要素によるガ ラーキン法, 副領域ωの離散化にはディラックの デルタ関数に基づく方法を適用した. フライス加 工時における材料表面温度の計測を行い、シミュ レーション結果と計測温度の残差二乗和により評 価した結果,エンドミル径が 16mm,25mm,32mm の場合に対して,本論文で取り扱った加工条件下 では、工具先端近傍の温度は 24.6℃, 33.7℃, 38.2℃と推定することができた.また,エンドミ ル先端近傍温度 ϕ_{α} とエンドミルの径 D に対する 関係を最小二乗法によるフィッティング計算をし たところ, エンドミルの径Dによるエンドミル先 端近傍温度 φ_αの推定式を誘導することができた. 加工対象によっては、被削材の温度をある一定温 度以上にすることができない場合もある 11)ため, 本論文において紹介した方法の様に、事前に加工 時における工具先端近傍の温度を推定しておくこ とで,熱伝導解析において工作物内部や表面の温

度分布を熱伝導シミュレーションにより予測する 際等にも利用できるものと考えている.また,将 来的な課題としては,エンドミル先端近傍におけ る温度を実測する方法を考案することや,また実 測結果を使うことで,数値計算により推定された エンドミル先端近傍温度と計算条件(メッシュサ イズや時間増分量)との関係についても考察を行 う必要があると考えられる.

謝辞:本研究を行うにあたりユニオンツール株式 会社「H25年度科学技術研究費助成金制度」の援 助を受けた.ここに謝意を表す.本論文の解析結 果は、九州大学情報基盤研究開発センターの高性 能アプリケーションサーバ SR16000を使用し計算 を行ったものである.計算機の使用についても、 センター関係者の方へ謝意を表す.

参考文献

- 加藤隆雄, "蒸着薄膜による工具温度分布の測定", 日本機械学会論文集(C 編), Vol.56, No.522, pp.512-518, 1990.
- 西一文, 笹原弘之, "高速エンドミル加工時の工具温度の解析",日本機械学会関東支部第7期総会講演会 講演論文集, pp.61-62, 2001.
- 周智鵬,細川晃,山田啓司,上田隆司,"高速小径ボ ールエンドミル加工における工具温度分布の測定", 第4回生産加工・工作機械部門講演会講演論文集,2-25,pp.65-66,2002.
- 4) 新谷一博,高井一輝,角谷均,"バインダレス cBN 工 具を用いた高速切削環境における刃先温度管理シス

テムの構築",精密工学会誌,Vol.70, No.1, pp.123-127, 2004.

- 5) 奥田孝一,長谷川素由,布引雅之,"超精密切削加工 における工具温度上昇と加工誤差",日本機械学会論 文集(C編), Vol.67, No.656, pp.1170-1175, 2001.
- 6) R. Glowinski, T.W. Pan, T.I. Hesla, D.D. Joseph, and J. Periaux, "A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for flows around moving rigid bodies: Application to particulate flow", Int. J. Numer. Methods in Fluids, Vol.30, No. 8, pp.1043-1066, 1999.
- E. Becache, J. Rodriguez, and C. Tsogka, "A Fictitious Domain Method with Mixed Finite Elements for Elastodynamics", SIAM J. SCI. COMPUT., No.29, Vol.3, pp.1244-1267, 2007.
- R. Glowinski and Q. He, "A Least-Squares/Fictitious Domain Method for Linear Elliptic Problems with Robin Boundary Conditions", Commun. Comput. Phys., Vol.9, No.3, pp.587-606, 2011.
- 9) R. Glowinski, T.W.Pan, T.I.Hesla, D.D.Joseph and J.Periaux, "A Fictitious Domain Approach to the Direct Numerical Simulation of Incompressible Viscous Flow past Moving Rigid Bodies: Application to Particulate Flow" Journal of Computational Physics, Vol. 169 (2), pp.363-426, 2001.
- 10) 森北肇, "伝熱工学", 第 2 版, 森北出版株式会 社,2005.
- N.Sugita, T.Osa, M.Mitsuishi, "Analysis and estimation of cutting temperature distribution during end milling in relation to orthopedic surgery", Medical Engineering and Physics, Vol.31 (1), pp.101-107, 2009.

(2014.3.31 受付)