論　文

三条本成寺の紛失算額

涌田 和芳[1]・外川 一仁[2]

[1]一般教育科－数学（Liberal Arts-Mathematics, Nagaoka National College of Technology）
[2]電子制御工学科（Department of Electronic Control Engineering, Nagaoka National College of Technology）

The Sangaku Lost from the Honjyōji Temple in Sanjyō

Kazuyoshi WAKUTA [1] and Kazuhito TOGAWA [2]

Abstract

A mathematical tablet called sangaku was dedicated to the Honjyōji—a Buddhist temple in Sanjyō in 1800. Although the sangaku was lost, fortunately it was recorded in a book “Zoku Sinpeki Sanpō”—the collection of sangaku problems. The sangaku is a historical work that shows the wasan—the traditional Japanese mathematics in the Edo period. Then, we try to restore the sangaku through the drawing by computer. Also, we show the solution described in a book “ Zoku Sinpeki Sanpō Kaigi”.

Key Words : *wasan, sangaku, restoration by computer, solution*

１．はじめに

江戸時代，各地の神社・仏閣に算額が奉掲された．これらを集録し，寛政元（1789）年に藤田嘉言編の『神壁算法』[1)]，続いて『増刻神壁算法』[2)]，『続神壁算法』[3)]が刊行された．『続神壁算法』の中に，「所懸于北越蒲原郡三十番神者一事」とあり，寛政12（1800）年，江戸本郷の松下清六郎輿昌の奉掲したものがある．道脇義正，八田健二著『新潟の算額』[4)]では，この算額は三条市の本成寺に掲額されたもので現存しないとされている．その後に編纂された三条市史上巻 [5)]（p. 711）では，この算額が現存しているとあるが．残念ながら現在は不明である．本稿では，『続神壁算法』より描画ソフトを用いて，この算額を復元する．また，白石長忠，御粥安本著『続神壁算法解義』[6)]の写本が残されており，その中に，この解法が記されているので，これを紹介する．

和算は，明治以後，科学史の立場から研究が行われ，海外にも紹介され反響を呼んだ [7)～10)]．近年は，学術的な研究だけでなく，一般の人々への和算の紹介や数学教育の立場からの研究も盛んである [11)～23)]．

２．算額復元図

『続神壁算法』に説明文と図があるので，これに基づいて復元する．ただし，算額の大きさ，および説明文と図の配置等は不明である．漢字は原則として旧字の正字を用いた．また，図の彩色については，現存する他の算額等を参考にした．ソフトは，描画ツール(Adobe Illustrator cs3)を用いた．作成した復元図を示す（図－1）．

図-1 復元図

３．額文の解説

３．１ 額文の書下し文

額文の書下し文を一案として書き，その現代語訳を示す．和算の用語については説明をしないが，現代語訳と比較すれば，その意味が分かる．

今，図の如く，菱の内に二斜を隔て等円数個を容るる有り．すなはち，上円一個，下円数個．仮に円数ともに八個を画く．菱長四寸，菱平三寸，等円個数の総計十個．等円径，幾何と問ふ．

答へて曰く，等円径，四分八厘．

術に曰く，菱長を置き，これを自らして菱平のべきを加へ，平方にこれを開き，天と名づく．菱長を以てこれを除し，地と名づく．円数の総計を置き，これを半ばし，内，一個を減じ，余りに菱平を乗じ，天を以てこれを除し，人と名づく．これを自らして一個を加へ，平方にこれを開き，地と人を加へ，以て菱平を除し，等円径を得て問ひに合す．

３．２ 現代語訳

図のように，菱形の中に 2 直線を隔てて等円が数個ある．上円が 1 個，下円が数個で，仮に全部で 8 個として画く．菱形の長い対角線を 4 寸，短い対角線を 3 寸とし，等円は総計 10 個とする．等円の直径はいくらか．

答．等円の直径は 4 分 8 厘．

術．菱形の長い対角線を 2 乗して，菱形の短い対角線の 2 乗を加え，この平方根を天とする．菱形の長い対角線でこれを割って地とする．円数の総計の半分から 1 を引き，その結果に菱形の短い対角線を掛け，天で割って人とする．これを 2 乗し 1 を足し，この平方根に地と人を加え，菱形の短い対角線を割って，等円径を得る．

３．３ 奥付について

算額奉掲者である松下清六郎與昌については江戸本郷の人であること以外は分からない。その師の神谷定令は，関流の著名な和算家藤田貞資の高弟である [12]．

４．術の解説

『続神壁算法解義』にあるこの算額の解法を示す．ただし，表記は，現代数学に従う．

図-2 において

$a = BD$， $b = AC$， $c = AB$

$l = AI$， $m = EH$， $n = DI$

r ：等円の直径， N ：等円の個数

とおく．

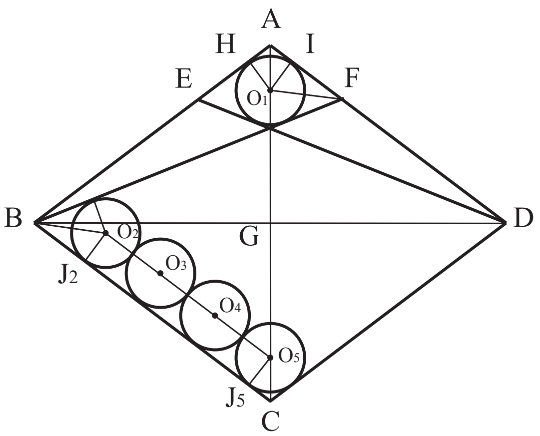


図-2

$\Delta AO_1I \backsim \Delta ADG$ より[*1]

$$AI : O_1I = AG : DG$$

すなわち

$$l = \frac{br}{2a} \tag{1}$$

また

$$J_2J_5 = \frac{Nr}{2} - r \tag{2}$$

$\Delta FO_1I \equiv \Delta BO_2J_2$ より

$$m = EH = FI = BJ_2 = c - J_2J_5 - l$$

$$= c - \frac{Nr}{2} + r - \frac{br}{2a} \tag{3}$$

$$n = DI = c - l = c - \frac{br}{2a} \tag{4}$$

ΔAED について，公式より[*2]

$$-(l+m+n)r^2 + 4lmn = 0 \tag{5}$$

(1)，(3)，(4)を(5)に代入して，整理する（$2a^3$ を掛け r で割る）．

$$\begin{aligned} &4a^2bc^2 - 2Na^2bcr + 4a^2bcr \\ &-(4ab^2cr + 4a^3cr) + (Na^3r^2 + Nab^2r^2) \\ &-(2a^3r^2 + 2ab^2r^2) + (a^2br^2 + b^3r^2) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

一方，三平方の定理より[*3]

$$a^2 + b^2 = 4c^2 \tag{7}$$

(7)を用いて(6)を整理し， $2c$ で割る．

$$\begin{aligned} &2a^2bc - Na^2br + 2a^2br \\ &\quad -8ac^2r + 2Nacr^2 - 4acr^2 + 2bcr^2 = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

$X = 2c = \sqrt{a^2 + b^2}$ と置き，これを“天”とする．

$$\begin{aligned} &a^2bX - (Na^2br - 2a^2br) \\ &\quad -2aX^2r + (NaXr^2 - 2aXr^2) + bXr^2 = 0 \end{aligned} \tag{9}$$

これを a^2X で割る．

$$\begin{aligned} &b - 2\cdot\frac{b}{X}\left(\frac{N}{2} - 1\right)r \\ &\quad -2\cdot\frac{X}{a}\cdot r + \frac{2}{b}\cdot\frac{X}{a}\cdot\frac{b}{X}\left(\frac{N}{2} - 1\right)r^2 + \frac{b}{a^2}\cdot r^2 = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

ここで， $Y = \dfrac{X}{a}$， $Z = \dfrac{bN}{2X} - \dfrac{b}{X} = \dfrac{b}{X}\left(\dfrac{N}{2} - 1\right)$ と置き，それぞれ“地”，“人”とする．次の方程式を得る．

$$b - 2Zr - 2Yr + \frac{2YZ}{b}\cdot r^2 + \frac{b}{a^2}\cdot r^2 = 0 \tag{11}$$

これより，等円の直径を求める方程式を得る．

$$b - 2(Y+Z)r + \left(\frac{b}{a^2} + \frac{2YZ}{b}\right)r^2 = 0 \tag{12}$$

ここで

$$(Y+Z)^2 - \left(\frac{b}{a^2} + \frac{2YZ}{b}\right)b$$

$$= Y^2 + Z^2 - \frac{b^2}{a^2}$$

$$=\left(\frac{2c}{a}\right)^2+Z^2-\frac{b^2}{a^2}$$

$$=\frac{4c^2-b^2}{a^2}+Z^2$$

$$=Z^2+1 \tag{13}$$

これを用いて

$$b-(\sqrt{Z^2+1}+Y+Z)r=0 \tag{14}$$

を得る*4．したがって

$$b=(\sqrt{Z^2+1}+Y+Z)r \tag{15}$$

すなわち

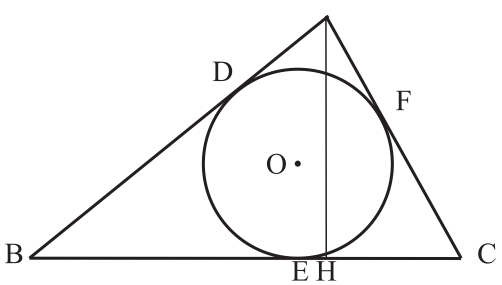
$$r=\frac{b}{\sqrt{Z^2+1}+Y+Z} \tag{16}$$

これが術で述べられている． $a=4, b=3, N=10$ とすると， $c=5/2, X=5, Y=5/4, Z=12/5$ なので， $r=12/25=0.48$．これが答である．

注

*1 相似記号を用いて説明したが，和算では，相似という概念は表には出さず，直接，比例関係を述べる．『続神壁算法解義』では，この説明はなく，直ちに，(1)を述べている．

*2 山本賀前編『算法助術』[24]に，次の公式 36 がある．



図−3

図−3 において

$a=BC$， $b=CA$， $c=AB$

$l=AD$， $m=BE$， $n=CF$

r： 内接円 O の直径， S： ΔABC の面積

とおくと

$$-(l+m+n)r^2+4lmn=0 \tag{17}$$

$$(l+m+n)lmn=S^2 \tag{18}$$

が成り立つ．

これは，次のようにして得られる．

$$l=\frac{-a+b+c}{2},\quad m=\frac{a-b+c}{2},\quad n=\frac{a+b-c}{2}$$

$$l+m+n=\frac{a+b+c}{2}$$

なので，(18)は，ヘロンの公式である．公式 20 に，余弦定理に相当する公式がある．すなわち， A から BC に引いた垂線を AH とすると，次が成り立つ．

$$BH=\frac{c^2+a^2-b^2}{2a},\quad CH=\frac{a^2+b^2-c^2}{2a} \tag{19}$$

(18)は，(19)より AH を求めて得られる．

(17)は

$$S=\frac{r}{4}(a+b+c)=\frac{(l+m+n)r}{2} \tag{20}$$

を(19)に代入して得られる．

*3 三平方の定理は，鉤股弦の術（理）として，和算ではよく知られた公式である．

*4 2 次方程式 $c-bx+ax^2=0$ の解を得る式として，次のようなものが知られていた．

$$\left(\frac{b}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}\right)-ax=0 \tag{21}$$

$$c-\left(\frac{b}{2}\mp\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}\right)x=0 \tag{22}$$

が知られていた．これを解けば

$$x=\frac{\frac{b}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}}{a}=\frac{c}{\frac{b}{2}\mp\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}} \tag{23}$$

(14)は，(22)の複号が＋の場合である．－の場合は，題意により不適当である．

参考文献

1) 藤田嘉言：神壁算法，寛政元（1789）年，東北大学和算資料データベース蔵．

2) 藤田嘉言：増刻神壁算法，寛政 8（1796）年，東北

大学和算資料データベース蔵.
3) 藤田嘉言: 続神壁算法, 文化 4 (1807) 年, 東北大学和算資料データベース蔵.
4) 道脇義正, 八田健二: 新潟の算額, 私家版, 1967 年.
5) 三条市編：三条市史, 1983 年.
6) 白石長忠, 御粥安本: 続神壁算法解義, 成立年不詳, 東北大学和算資料データベース蔵
7) 三上義夫: 文化史上より見たる日本の数学, 岩波文庫, 1991 年 (1947 年初出).
8) 深川英俊, ダン・ペドー: 日本の幾何 ― 何題解けますか?, 森北出版, 1991 年.
9) 深川英俊, ダン・ソコロフスキー: 日本の数学ー何題解けますか? (上) (下), 森北出版, 1994 年.
10) 深川英俊, Tony Rothman: Sacred Mathematics－Japanese Temple Geometry, Princeton Univ. Press, 2008 年. (邦訳)聖なる数学：算額, 森北出版, 2010 年.
11) 小倉金之助: 日本の数学, 岩波新書, 1940 年.
12) 平山諦: 和算の歴史ーその本質と発展, ちくま文庫, 2007 年 (1961 年初出).
13) 平山諦: 和算史上の人々, ちくま文庫, 2008 年 (1965 年初出).
14) 大矢真一: 和算入門, 日本評論社, 1987 年.
15) 平山諦: 和算の誕生, 恒星社恒星閣, 1993 年.
16) 佐藤健一: 日本人と数 江戸庶民の数学, 東洋書店, 1994 年.
17) 深川英俊: 日本の数学と算額, 森北出版, 1998 年.
18) 佐藤健一: 新和算入門, 研成社, 2000 年.
19) 小川束, 平野葉一: 講座 数学の考え方 24 数学の歴史, 朝倉書店, 2003 年.
20) 伊藤洋美: 手づくり選択数学 おもしろ和算, 明治図書, 2003 年.
21) 小寺裕: だから楽しい江戸の算額, 研成社, 2007 年.
22) 桜井進: 江戸の数学教科書, 集英社, 2009 年.
23) 小寺裕: 江戸の数学 和算, 技術評論社, 2010 年.
24) 山本賀前: 算法助術, 天保 12 (1841) 年, 東北大学和算資料データベース蔵. 深川英俊校注: 算法助術 (復刻), 朝日新聞社事業部名古屋企画事業チーム, 2005 年.

(2013.9. 30 受付)