論　文

新潟白山神社の紛失算額

涌田 和芳[1]・外川 一仁[2]

[1] 一般教育科－数学（Liberal Arts-Mathematics, Nagaoka National College of Technology）
[2] 電子制御工学科（Department of Electronic Control Engineering, Nagaoka National College of Technology）

The Sangaku Lost from the Hakusan Shrine in Niigata

Kazuyoshi WAKUTA [1] and Kazuhito TOGAWA [2]

Abstract

A mathematical tablet called sangaku was dedicated to the Hakusan Jinjya―the Shinto shrine in Niigata in 1803. Although the sangaku was lost, fortunately it was recorded in a book "Saishi Shinzan"―the collection of sangaku problems. The sangaku is a historical work that shows the wasan―the traditional Japanese mathematics in the Edo period of Japan. Then, we try to restore the sangaku through the drawing by computer. Also, from the literature,we infer the solution in the Edo period to the sangaku problem.

Key Words : *wasan, sangaku, restoration by computer, solution*

１．はじめに

江戸時代，各地の神社・仏閣に奉掲された算額を集録し，寛政元(1789)年に，藤田嘉言編『神壁算法』[1)]が刊行された．主に関流門人の算額であるが，『増刻神壁算法』[2)]，『続神壁算法』[3)]と引き継がれた．その後，天保 2（1832）年，中村時万編『賽祠神算』[4)]には，流派にとらわれず多くの算額が集録された．その中に，「越後州新潟八幡宮」とあり，享和 3(1803)年，新発田藩山本方剛の奉掲したものがある．ただし，「按スルニ変形算法ニハ白山社トアリ」との注がある．これは，福田廷臣著『算法変形指南』[5)]と考えられ，そこでは，新潟白山社の算額として紹介されている．山本は，最上流の人であり，その創始者の会田安明編『越後国諸堂社諸流奉額集』[6)]にも，この算額が集録されている．ここでは，「懸越後国新潟白山堂」とあり，奉額されたのは，新潟白山神社と考えられる．この算額は現在失われてしまった．

会田は，この算額を採録する際に，第二問を改変しているが，本稿では，『賽祠神算』に記録されたものを描画ソフトを用いて復元し，当時の解法を和算書等から推測する．算額の問いは，図形の問題が2題である．第一問は，いわゆる Japanese Theorem の 1 つであり，林鶴一が 1896 年に西欧に紹介したものである[7)]．これから大変美しい結果が得られ，深川英俊，ダン・ペドー著『日本の幾何―何題解けますか？』[8)]にも紹介されている．

和算は，明治以後，科学史の立場から研究が行われ，海外にも紹介され反響を呼んだ[8)～11)]．近年は，学術的な研究だけでなく，一般の人々への和算の紹介や数学教育の立場からの研究も盛んである[12)～23)]．

２．算額復元図

算額の大きさは不明である．説明文と図については，『賽祠神算』の記述に従い，図の彩色については，現存する他の算額を参考にした．ソフトは，描画ツール(Adobe Illustrator cs3)を用いた．作成した復元図を示す（**図−1**）．

３．額文の解説

３．１ 額文の書下し文

額文の書下し文を一案として書き，その現代語訳を示す．和算の用語については説明をしないが，現代語訳と比較すれば，その意味が分かる．

第一問

今，図の如く，三斜の内に全円および三線を隔て四円を容るる有り．すなはち，全円は三斜に切し，元利貞円はおのおの二斜および三線に切す．亨円は，三線に切するなり．只云ふ，全円径一寸．元亨利貞の円径四和幾何と問ふ．

答に曰く，元円径，亨円径，利円径，貞円径，四和二寸．

術に曰く，全円径を置き，これを倍し，四和を得て問ひに合す．

第二問

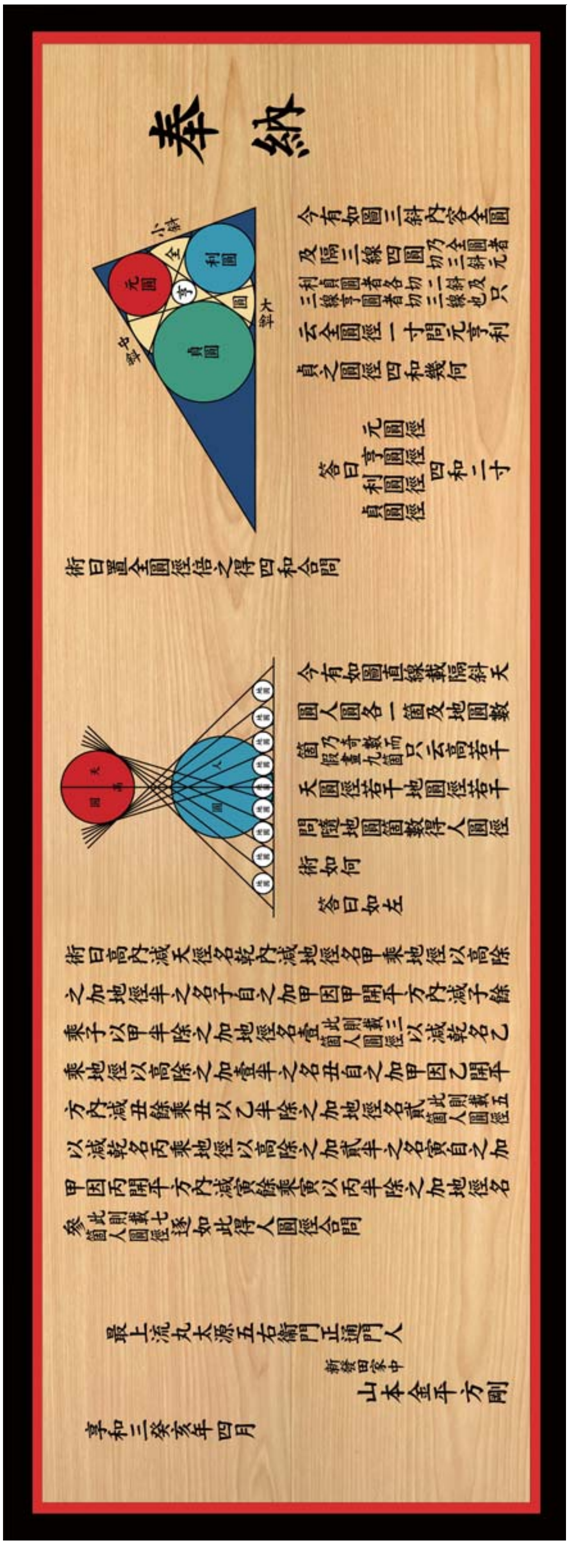
今，図の如く，直線に斜を隔て，天円人円各一個及び地円数個（乃ち奇数にして仮に九個を画く）を載する有り．只云ふ，高若干，天円径若干，地円径若干．地円の個数に随ひ人円径を得る術如何と問ふ．

答に曰く，左の如し．

術に曰く，高の内，天径を減じ乾と名づく．内，地径を減じ甲と名づく．地径を乗じ高を以てこれを除し，地径を加へこれを半ばし子と名づく．これを自して，甲に甲を因して加ふ．平方に開き，内，子を減ず．余りに子を乗じ，甲半を以てこれを除し，地径を加へ壹と名づく．これすなはち，三個を載する人円径．

以て乾を減じ乙と名づく．地径を乗じ高を以てこれを除し，壹を加へこれを半ばし丑と名づく．これを自して，甲に乙を因して加ふ．平方に開き，内，丑を減ず．余りに丑を乗じ，乙半を以てこれを除し，地径を加へ貳と名づく．これすなはち，五個を載する人円径．

以て乾を減じ丙と名づく．地径を乗じ高を以てこれを除し，貳を加へこれを半ばし寅と名づく．これを自して，甲に丙を因して加ふ．平方に開き，内，寅を減ず．余りに寅を乗じ，丙半を以てこれを除し，地径を加へ参と名づく．これすなはち，七個を載する人円径．この如く逐ひ，人円径を得て問ひに合す．



図−1　新潟白山神社紛失算額の復元図

３．２ 現代語訳

第一問

図のように，三角形の中に内接円および四個の円がある．元，利，貞の 3 個の円は，2 辺と 3 直線に接し，亨円は，3 直線に接する．内接円の直径が 1 寸のとき，元，亨，利，貞の 4 個の円の直径の和はいくらか.

答．元円径，亨円径，利円径，貞円径の和は，二寸である.

術．内接円の直径を 2 倍すると，4 円の直径の和になる．答は題意に合う.

第二問

図のように，直線上に斜線に接し，天円，人円及び地円数個がある．高さ，天円の直径，地円の直径は任意とする．地円の個数が与えられたとき，人円の直径を得る方法を述べよ.

答．術の通りである.

術．高さから天円の直径を引いたものを乾といい，乾から地円の直径を引いたものを甲という．甲に地円の直径を掛け，高さで割り，地円の直径を加えて 1/2 にする．これを子という．子を 2 乗し，甲に甲を掛けて加える．この平方根を取り，子を引く．それに子を掛け，甲の 1/2 で割り，地円の直径を加えたものを壹という．これが，地円が 3 個の場合の人円の直径である.

乾から壹を引いたものを乙という．乙に地円の直径を掛け，高さで割り，壹を加えて 1/2 にする．これを丑という．丑を 2 乗し，甲に乙を掛けて加える．この平方根を取り，丑を引く．それに丑を掛け，乙の 1/2 で割り，地円の直径を加えたものを貳という．これが，地円が 5 個の場合の人円の直径である.

乾から貳を引いたものを丙という．丙に地円の直径を掛け，高さで割り，貳を加えて 1/2 にする．これを寅という．寅を 2 乗し，甲に丙を掛けて加える．この平方根を取り，寅を引く．それに寅を掛け，丙の 1/2 で割り，地円の直径を加えたものを参という．これが，地円が 7 個の場合の人円の直径である．これを繰り返し，人円の直径を得る．答は題意に合う.

３．３ 奥付について

算額奉掲者である山本方剛は，新発田藩の人である．その師の丸田正通（1779年～1833年）も新発田藩士であり，最上流の創始者会田安明の高弟であった[24)].

４．術の解説

第一問については，福田廷臣著『算法変形指南』に，「変形術」による解法がある．変形術は，問題をその特別な場合について解く方法であるが，そうして良いことは，その解の形による．これについては，加藤平左エ門『和算ノ研究 雑論 III』[25)]に解説がある．元の解法は不明であるので，当時の和算書からその解法を推測する.

第二問についても，当時の解法は不明であるので，これを推測する．ただし，表記は，現代数学に従う.

４．１ 第一問について

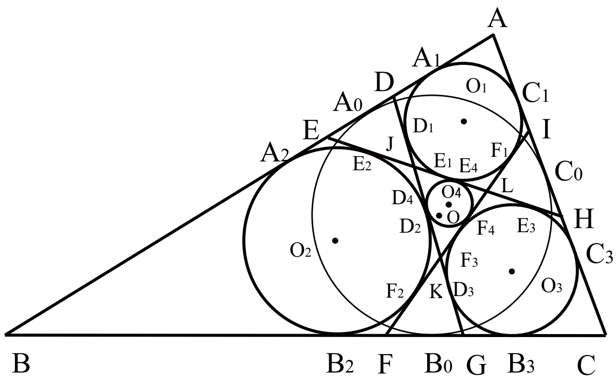


図-2

図-2 において，内接円を O，4 個の円を O_1,O_2,O_3,O_4 とする．直線 DG と円 O_1,O_2,O_3,O_4 との接点を，それぞれ D_1,D_2,D_3,D_4，直線 EH と円 O_1,O_2,O_3,O_4 との接点を，それぞれ，E_1,E_2,E_3,E_4，直線 FI と円 O_1,O_2,O_3,O_4 との接点を，それぞれ F_1,F_2,F_3,F_4 とする．また，辺 AB と円 O,O_1,O_2 との接点を，それぞれ A_0,A_1,A_2，辺 BC と円 O,O_2,O_3 との接点を，それぞれ B_0,B_2,B_3，辺 CA と円 O,O_1,O_3 との接点を，それぞれ C_0,C_1,C_3 とする．更に，直線 DG と直線 EH，直線 FI との交点を，それぞれ J,K，直線 EH と直線 FI との交点を L とする.

$$a = BC,\ b = CA,\ c = AB$$

$$x = AA_1,\ y = BB_2,\ z = CC_3$$

$$l = JE_1,\ m = KD_2,\ n = LF_3$$

r ：円 O の直径

r_1 ：円 O_1 の直径， r_2 ：円 O_2 の直径

r_3 ：円 O_3 の直径， r_4 ：円 O_4 の直径

とおく．このとき

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 2r \tag{1}$$

が成り立つことを示す．円 O_1 と O_2 について

$$m = KD_2 = KF_2 = EE_2 = EA_2$$

$$= DD_1 = DA_1 = LE_1 = LF_1 \tag{2}$$

が成り立つ[*1]．同様に，円 O_2 と O_3 について

$$n = LF_3 = LE_3 = GD_3 = GB_3$$

$$= FF_2 = FB_2 = JD_2 = JE_2 \tag{3}$$

また，円 O_3 と O_1 について

$$l = JE_1 = JD_1 = IF_1 = IC_1$$

$$= HE_3 = HC_3 = KF_3 = KD_3 \tag{4}$$

したがって

$$JK = JD_2 + KD_2 = n + m,\ KL = l + n,\ LJ = m + l \tag{5}$$

このことから

$$JD_4 = \frac{JK + LJ - KL}{2} = m,\ KF_4 = n,\ LE_4 = l \tag{6}$$

円 O_4 は， ΔJKL の内接円なので

$$r_4 = \sqrt{\frac{4\ell mn}{\ell + m + n}} \tag{7}$$

が成り立つ[*2]．また，円 O_1 は， ΔJKL の傍接円なので，(6) より

$$\frac{r_1}{r_4} = \frac{l + m + n}{n} \tag{8}$$

が成り立つ[*3]．同様に

$$\frac{r_2}{r_4} = \frac{l + m + n}{l}\ ,\quad \frac{r_3}{r_4} = \frac{l + m + n}{m} \tag{9}$$

したがって

$$r_1 + r_2 + r_3 + r_4$$

$$= \left(\frac{l + m + n}{n} + \frac{l + m + n}{l} + \frac{l + m + n}{m} \right) r_4 + r_4$$

$$= \frac{2(l + m + n)(lm + mn + nl) + 2lmn}{\sqrt{lmn(l + m + n)}} \tag{10}$$

次に， r を l, m, n を用いて表す．(2)，(3)，(4) より

$$EE_1 = EE_2 + JE_2 + JE_1 = l + m + n \tag{11}$$

同様に

$$HC_1 = HE_1 = HE_3 + LE_3 + LE_1 = l + m + n \tag{12}$$

円 O_1 は， ΔAEH の内接円なので，(7) と同様に

$$r_1 = \sqrt{\frac{4x(l + m + n)^2}{x + 2(l + m + n)}} \tag{13}$$

が成り立つ．また，(7)，(8) より

$$r_1 = \sqrt{\frac{4lm(l+m+n)}{n}} \qquad (14)$$

(13)，(14) より

$$x = \frac{2lm(l+m+n)}{n(l+m+n)-lm} \qquad (15)$$

2 円の共通外接線の長さは等しいので

$$A_1A_2 = F_1F_2,\ E_2E_3 = B_2B_3,\ C_1C_3 = D_1D_3 \qquad (16)$$

(2)，(3)，(4)，(5)，(16) より

$$DE = KL = n+l,\ FG = LJ = l+m,\ HI = JK = m+n \qquad (17)$$

したがって

$$a = y+z+l+m+2n \qquad (18)$$

$$b = z+x+2l+m+n \qquad (19)$$

$$c = x+y+l+2m+n \qquad (20)$$

(18)，(19)，(20) より

$$AA_0 = \frac{b+c-a}{2} = x+l+m \qquad (21)$$

$\Delta AOA_0 \backsim \Delta AO_1A_1$ なので[*4]

$$A_0O : A_1O_1 = AA_0 : AA_1$$

すなわち　$A_0O = \dfrac{A_1O_1 \cdot AA_0}{AA_1}$

(21) より

$$r = \frac{r_1(x+l+m)}{x} \qquad (22)$$

(14)，(15)，(22) より

$$r = \frac{(l+m+n)(lm+mn+nl)+lmn}{\sqrt{lmn(l+m+n)}} \qquad (23)$$

(10)，(23) より (1) が得られる．

４．２　第二問について

最初に，地円が 3 個の場合を考える．

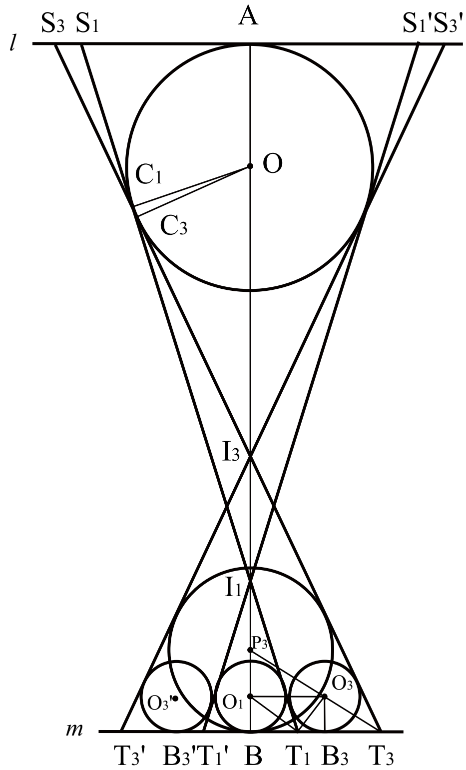


図-3

図-3 において，2 直線 $l,\ m$ は，直線 AB に垂直である．3 個の地円を O_1, O_3, O_3' とし，直線 m との接点を B, B_3, B_3' とする．天円 O と地円 O_1, O_3, O_3' の共通接線と直線 l, m との交点を，それぞれ $S_1, T_1, S_1', T_1', S_3, T_3, S_3', T_3'$ とし，直線 S_1T_1 と $S_1'T_1'$ の交点を I_1，直線 S_3T_3 と $S_3'T_3'$ の交点を I_3 とする．また，円 O の中心から直線 S_1T_1, S_3T_3 に引いた垂線を，それぞれ OC_1, OC_3 とする．

$h = AB$

R ：天円 O の直径， r ：円 O_1, O_3, O_3' の直径

x ：地円が 3 個のときの人円 P_3 の直径

とおく．

$\Delta I_1T_1T_1' \backsim \Delta I_1S_1S_1'$ で，相似比は $r:R$ なので

$$AI_1 = \frac{hR}{R+r}, \quad BI_1 = \frac{hr}{R+r} \tag{24}$$

$\Delta OC_1I_1 \backsim \Delta T_1BI_1$ なので

$$C_1I_1 : C_1O = BI_1 : BT_1$$

すなわち　$BT_1 = \dfrac{C_1O \cdot BI_1}{C_1I_1}$

三平方の定理より[*5]

$$BT_1 = \frac{\frac{R}{2}\cdot\frac{hr}{R+r}}{\sqrt{\left(\frac{hR}{R+r}-\frac{R}{2}\right)^2-\left(\frac{R}{2}\right)^2}} = \frac{hr}{2\sqrt{h(h-R-r)}} \tag{25}$$

$\Delta O_1BT_1 \backsim \Delta T_1B_3O_3$ なので

$$BT_1 : BO_1 = B_3O_3 : B_3T_1$$

すなわち　$B_3T_1 = \dfrac{BO_1 \cdot B_3O_3}{BT_1}$

(25) より

$$B_3T_1 = \frac{\frac{r}{2}\cdot\frac{r}{2}}{\frac{hr}{2\sqrt{h(h-R-r)}}} = \frac{r\sqrt{h(h-R-r)}}{2h} \tag{26}$$

(25)，(26) より

$$O_1O_3 = BT_1 + B_3T_1$$

$$= \frac{hr}{2\sqrt{h(h-R-r)}} + \frac{r\sqrt{h(h-R-r)}}{2h}$$

$$= \frac{r(h-R-r)+hr}{2\sqrt{h(h-R-r)}} \tag{27}$$

$\Delta I_3T_3T_3'$ について，(25) の r を x で置き換えて

$$BT_3 = \frac{hx}{2\sqrt{h(h-R-x)}} \tag{28}$$

$\Delta P_3BT_3 \backsim \Delta P_3O_1O_3$ なので

$$BT_3 : BP_3 = O_1O_3 : O_1P_3$$

すなわち　$BP_3 \cdot O_1O_3 = BT_3 \cdot O_1P_3$

(27)，(28) より

$$\frac{x}{2}\cdot\frac{r(h-R-r)+hr}{2\sqrt{h(h-R-r)}} = \frac{hx}{2\sqrt{h(h-R-x)}}\cdot\left(\frac{x}{2}-\frac{r}{2}\right) \tag{29}$$

これを整理して

$$\begin{aligned}&(r(h-R-r)+hr)^2((h-R-r)-(x-r))\\&\qquad = h^2(h-R-r)(x-r)^2\end{aligned} \tag{30}$$

したがって

$$\begin{aligned}&\frac{h-R-r}{4}(x-r)^2+\left(\frac{1}{2}\left(\frac{r(h-R-r)}{h}+r\right)\right)^2(x-r)\\&\qquad -\left(\frac{1}{2}\left(\frac{r(h-R-r)}{h}+r\right)\right)^2(h-R-r)=0\end{aligned} \tag{31}$$

$$甲 = h - R - r\ ,\quad 子 = \frac{1}{2}\left(\frac{r(h-R-r)}{h} + r\right),\quad X = x - r$$

とおくと

$$\frac{甲}{4}X^2 + 子^2 X - 子^2 \cdot 甲 = 0 \tag{32}$$

2 次方程式の解の公式より[*6]

$$X = \frac{-子^2 + \sqrt{子^4 + 子^2 甲^2}}{\frac{甲}{2}} \tag{33}$$

ただし，負の解は除く． $r =$ 地円の直径なので

$$x = \frac{(\sqrt{子^2 + 甲 \cdot 甲} - 子)子}{\frac{甲}{2}} + 地径 \tag{34}$$

これが術の壹式である．

次に，地円が 5 個の場合を考える．

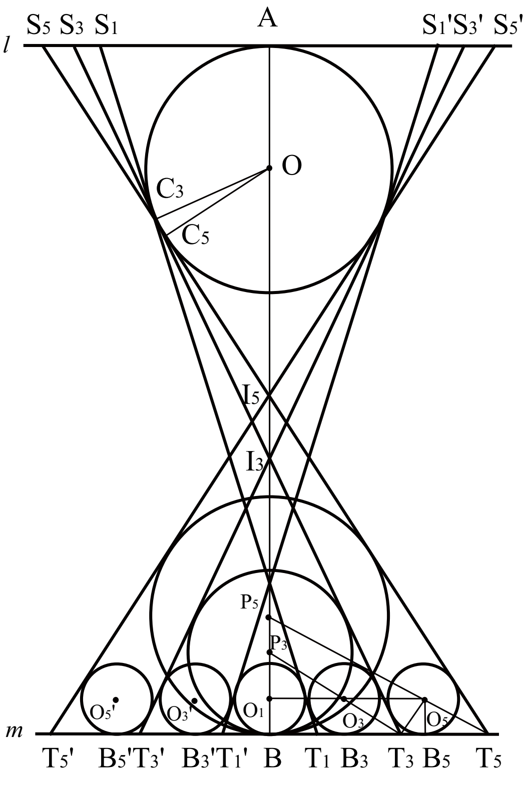


図-4

図-4 において，5 個の地円を $O_1, O_3, O_3', O_5, O_5'$ とし，他も同様に定義する．また，

y ：地円が 5 個のときの人円の直径

とおく．

$\Delta P_3BT_3 \backsim \Delta T_3B_5O_5$ なので

$$BP_3 : BT_3 = B_5T_3 : B_5O_5$$

すなわち $B_5T_3 = \dfrac{BP_3 \cdot B_5O_5}{BT_3}$

(28) より

$$B_5T_3 = \frac{\frac{x}{2}\cdot\frac{r}{2}}{\frac{hx}{2\sqrt{h(h-R-x)}}} = \frac{r\sqrt{h(h-R-x)}}{2h} \tag{35}$$

(28)，(35) より

$$\begin{aligned} O_1O_5 &= BT_3 + B_5T_3 \\ &= \frac{hx}{2\sqrt{h(h-R-x)}} + \frac{r\sqrt{h(h-R-x)}}{2h} \\ &= \frac{r(h-R-x) + hx}{2\sqrt{h(h-R-x)}} \end{aligned} \tag{36}$$

$\Delta I_5T_5T_5'$ について， (25) の r を y で置き換えて

$$BT_5 = \frac{hy}{2\sqrt{h(h-R-y)}} \tag{37}$$

$\Delta P_5BT_5 \backsim \Delta P_5O_1O_5$ なので

$$BT_5 : BP_5 = O_1O_5 : O_1P_5$$

すなわち $BP_5 \cdot O_1O_5 = BT_5 \cdot O_1P_5$

(36)，(37) より

$$\frac{y}{2}\cdot\frac{r(h-R-x)+hx}{2\sqrt{h(h-R-x)}}=\frac{hy}{2\sqrt{h(h-R-y)}}\cdot\left(\frac{y}{2}-\frac{r}{2}\right) \quad (38)$$

これを整理して

$$(r(h-R-x)+hx)^2((h-R-r)-(y-r)) \\ =h^2(h-R-x)(y-r)^2 \quad (39)$$

したがって

$$\frac{h-R-x}{4}(y-r)^2+\left(\frac{1}{2}(\frac{r(h-R-x)}{h}+x)\right)^2(y-r) \\ -\left(\frac{1}{2}(\frac{r(h-R-x)}{h}+x)\right)^2(h-R-r)=0 \quad (40)$$

$$乙=h-R-x,\quad 丑=\frac{1}{2}(\frac{r(h-R-x)}{h}+x),\quad Y=y-r$$

とおくと

$$\frac{乙}{4}Y^2+丑^2Y-丑^2\cdot 甲=0 \quad (41)$$

2 次方程式の解の公式より

$$Y=\frac{-丑^2+\sqrt{丑^4+丑^2\cdot 甲\cdot 乙}}{\frac{乙}{2}} \quad (42)$$

ただし，負の解は除く． $r=$地円の直径なので

$$y=\frac{(\sqrt{丑^2+甲\cdot 乙}-丑)丑}{\frac{乙}{2}}+地径 \quad (43)$$

これが術の貳式である．

最後に，地円が 7 個の場合を考える．7 個の地円を $O_1,O_3,O_3',O_5,O_5',O_7,O_7'$ とし，他も同様に定義する．また，

z ：地円が 7 個のときの人円の直径

とおく．このとき，地円が 5 個の場合と同様に

$$\frac{h-R-y}{4}(z-r)^2+\left(\frac{1}{2}(\frac{r(h-R-y)}{h}+y)\right)^2(z-r) \\ -\left(\frac{1}{2}(\frac{r(h-R-y)}{h}+y)\right)^2(h-R-r)=0 \quad (44)$$

$$丙=h-R-y,\quad 寅=\frac{1}{2}(\frac{r(h-R-y)}{h}+y),\quad Z=z-r$$

とおくと

$$\frac{丙}{4}Z^2+寅^2Z-寅^2\cdot 甲=0 \quad (45)$$

2 次方程式の解の公式より

$$Z=\frac{-寅^2+\sqrt{寅^4+寅^2\cdot 甲\cdot 丙}}{\frac{丙}{2}} \quad (46)$$

ただし，負の解は除く． $r=$地円の直径なので

$$z=\frac{(\sqrt{寅^2+甲\cdot 丙}-寅)寅}{\frac{丙}{2}}+地径 \quad (47)$$

これが術の参式である．

これを繰り返して，地円の個数に対する人円の直径を得ることができる．

注

*1 野村貞処編『矩合枢要』[26]に，下の**図-5** において

$$PA=QB=RC=SD \quad (48)$$

が成り立つことが証明されている．

加藤平左エ門著『和算ノ研究 雑論 III』に解説があるので，これを紹介する．

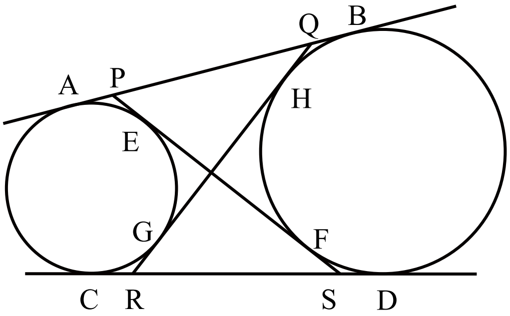


図-5

$RH+HQ=RQ$,　$GQ+RG=RQ$

したがって

$2RQ=RH+HQ+GQ+RG$ (49)

同様に

$RD+RC=CD$,　$AQ+QB=CD$

したがって

$2CD=RD+RC+AQ+QB$ (50)

ここで

$RH=RD,\ HQ=QB,\ GQ=AQ,\ RG=RC$ (51)

(49), (50), (51) より

$RQ=CD$ (52)

したがって

$RH+HQ=RQ$,　$RD+RC=CD=RQ$ (53)

ここで

$RH=RD$ (54)

(53), (54) より

$HQ=RC$

すなわち

$QB=RC$ (55)

同様に

$PA=SD$ (56)

また

$PA=RC$ (57)

(55), (56), (57) より, (48) が得られる.

*2 三角形の内接円の直径を求める公式は, 山本賀前編『算法助術』[27]等にあるが, 上述の野村貞処編『矩合枢要』にも述べられているので, これを紹介する.

下の図-6 において

r : ΔABC の内接円 O の直径

r' : ΔABC の傍接円 O' の直径

$l=AD,\ m=BE,\ n=CF$

とおく.

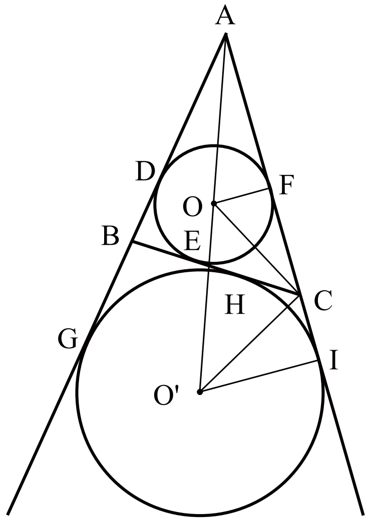


図-6

このとき

$$r=\sqrt{\frac{4lmn}{l+m+n}} \tag{58}$$

が成り立つことを示す.

$\Delta CIO' \backsim \Delta OFC$

なので

$CI:O'I=OF:CF$

すなわち　$CI\cdot CF=O'I\cdot OF$

注(*1) より

$CI=BD=BE=m$

したがって

$$mn=\frac{r}{2}\cdot\frac{r'}{2}$$

両辺に l を掛けて

$$lmn=l\cdot\frac{r}{2}\cdot\frac{r'}{2} \tag{59}$$

$\Delta AIO' \backsim \Delta AFO$ なので

$AI:O'I=AF:OF$

すなわち　$AI\cdot OF=AF\cdot O'I$

したがって

$$(l+m+n)\cdot\frac{r}{2}=l\cdot\frac{r'}{2} \tag{60}$$

(59), (60) より

$$lmn=(l+m+n)\cdot\left(\frac{r}{2}\right)^2 \tag{61}$$

故に, (58) が得られる.

*3 注(*2) の (60) より直ちに

$$\frac{r'}{r}=\frac{l+m+n}{l}$$

が得られる.

*4 相似記号を用いて説明したが，和算では，相似という概念は表には出さず,直接,比例関係を述べる（以下同様である）.

*5 三平方の定理は，鉤股弦の術（理）としてよく知られていた.

*6 和算では，点竄術により方程式を立て，これを解くには算木を用いた．2 次方程式の場合は，形に相異はあるが，現代の解の公式と同じものが用いられ，そろばんを使って解を得た．これは早い時期から行われ，算顆術と呼ばれた.

参考文献

1)　藤田嘉言：神壁算法，寛政元(1789)年，東北大学和算資料データベース蔵.
2)　藤田嘉言：増刻神壁算法，寛政 8(1796)年，東北大学和算資料データベース蔵.
3)　藤田嘉言：続神壁算法，文化 4(1807)年，東北大学和算資料データベース蔵.
4)　中村時万：賽祠神算，天保 2(1832)年，東北大学和算資料データベース蔵.
5)　福田廷臣：算法変形指南，文政 3（1820）年，東北大学和算資料データベース蔵.
6)　会田安明：越後国諸堂社諸流奉額集(成立年不詳)，山形大学附属図書館蔵(佐久間文庫).
7)　上垣渉：Japanese Theorem の起源と歴史，三重大学教育学部研究紀要第 52 巻自然科学，pp.23-45，2001 年.
8)　深川英俊，ダン・ペドー：日本の幾何 － 何題解けますか？， 森北出版，1991 年.
9)　三上義夫：文化史上より見たる日本の数学，岩波文庫，1991 年.
10）深川英俊，ダン・ソコロフスキー：日本の数学－何題解けますか？（上）（下），森北出版， 1994 年.
11）深川英俊，Tony Rothman:Sacred Mathematics－Japanese Temple Geometry , Princeton Univ . Press，2008 年.（邦訳)聖なる数学：算額，森北出版，2010 年.
12）平山諦：和算の歴史－その本質と発展，ちくま文庫，2007 年.
13）小倉金之助：日本の数学，岩波新書，1940 年.
14）大矢真一：和算入門，日本評論社，1987 年.
15）平山諦：和算の誕生，恒星社恒星閣，1993 年.
16）佐藤健一：日本人と数 江戸庶民の数学，東洋書店，1994 年.
17）深川英俊：日本の数学と算額，森北出版，1998 年.
18）佐藤健一：新和算入門，研成社，2000 年.
19）小川束，平野葉一：講座 数学の考え方 24 数学の歴史，朝倉書店，2003 年.
20）伊藤洋美：手づくり選択数学 おもしろ和算，明治図書，2003 年.
21）小寺裕： だから楽しい江戸の算額，研成社，2007 年.
22）桜井進：江戸の数学教科書，集英社，2009 年.
23）小寺裕： 江戸の数学 和算，技術評論社，2010 年.
24）遠藤利貞：増修日本数学史，恒星社厚生閣，1960 年.
25）加藤平左エ門:和算ノ研究 雑論 III，丸善，1956 年.
26）野村貞処:矩合枢要，天保 10（1839）年，東北大学和算資料データベース蔵.
27）山本賀前:算法助術，天保 12（1841）年，東北大学和算資料データベース蔵.

(2011.10.3 受付)