長岡工業高等専門学校研究紀要　第45巻　第２号（2009）

論　　文

長岡蒼柴神社の紛失算額

涌田 和芳[1]・外川 一仁[2]

[1] 一般教育科－数学（Liberal Arts-Mathematics, Nagaoka National College of Technology）
[2] 電子制御工学科（Department of Electronic Control Engineering, Nagaoka National College of Technology）

THE SANGAKU LOST FROM THE AOSHI JINJYA IN NAGAOKA

Kazuyoshi WAKUTA [1], Kazuhito TOGAWA [2]

Abstract

A mathematical tablet called sangaku was dedicated to the Aoshi Jinjya―the Shinto shrine in Nagaoka in 1796. Although the sangaku was lost, fortunately it was recorded in a book "Shinpeki Sanpou"―the collection of sangaku problems. The sangaku is a historical work that shows the wasan―the traditional Japanese mathematics in the Edo period of Japan. Then, we try to restore the sangaku through the drawing by computer. Also, we present the solution in the Edo period to the sangaku problem.

Key Words : *wasan, sangaku, restoration by computer, solution*

１．はじめに

算額は，数学の問いと答を額にして，神社仏閣へ奉納したものである．数学の絵馬ともいわれる算額の奉掲は，江戸時代前期寛文年間（1661 年－1673 年）に始まった．その目的は，和算家にとって会心の作を神仏に捧げるとともに広く人に知らせることであったという．そのことはまた和算の発展にも大きく貢献した．算額の奉掲が始まってから，100 年以上経った寛政元年（1789 年）に，『神壁算法』[1)]が刊行された．これは藤田貞資・藤田嘉言が，主に門人らが神社仏閣に掲げた算額について集録したものである．藤田貞資は，関流の著名な和算家で，嘉言はその息子である．寛政 8 年（1796 年）には算額の集録数を増やし，『神壁算法』の増刻版が刊行された．更に，文化 4 年（1807 年）には『続神壁算法』[2)]が刊行された．

寛政８年版の『神壁算法』の中に，「所懸于越後州長岡蒼柴大明神者一事」とあり，蒼柴神社に奉掲された算額が掲載されている．算額の奉掲者は，藤田貞資の門人石垣作右衛門光隆で，『神壁算法』の発刊と同年に掲額されたものである．残念ながら，この算額は現在失われてしまった．算額は当時の和算の様子を知ることができる貴重な資料であるので，その復元を試み，『神壁算法』に記載された算額の説明文と図から，コンピュータを用いて算額の復元図を作成した．算額の問いは，容術という図形の問題１題のみであり，高校数学程度の問題である．この算額の問題については，文政 5 年（1822 年）に内田恭の著した『神壁算法解義』[3)]，文政 7 年（1824 年）に馬場正督・馬場正統の著した『増神壁算法解義』[4)]などに，和算家の解法が残されている．内田の解法がより簡潔であるので，これを紹介する．

蒼柴神社には，他に 2 年後の寛政 10 年（1798 年）に算額が奉掲されたという記録があるが[5)]，こ

れも現在は失われている．更に，享和元年（1801年）にも算額が奉掲され，この算額は現存している．これについては前著[6]で述べた．遊歴算家として有名な山口和の『道中日記』[7]では，上述の蒼柴神社の3面の算額の問題10題が書き留められている．

和算については，明治以後，科学史の立場から研究が行われ，その成果は海外にも紹介され反響を呼んだ[8)~11)]．近年は，学術的な研究だけでなく，一般の人々への和算の紹介や数学教育の立場からの研究も盛んである[12)~21)]．なお，本稿において引用した江戸時代の和算資料は，東北大学和算ポータルにおいて，電子化された画像として閲覧が可能である．

２．算額復元図

算額の大きさは不明である．算額の問題は1題であるが，ある程度の大きさはあったと考えられる．説明文および図については，『神壁算法』の記述に従った．図の辺の比などは，『神壁算法』に描かれた図に概ね従った．図の彩色については記録はないので，現存する他の算額を参考にした．ソフトは，描画ツール(Adobe Illustrator cs3)を用いた．作成した復元図を示す（図－1）．

図-1　長岡蒼柴神社紛失算額の復元図

３．額文の解説

３．１　額文の書下し文

額文の書下し文を一案として書き，その現代語訳を示す．和算の用語については説明をしないが，現代語訳と比較すれば，その意味が分かる．

今，図の如く円の内に梯および二円を容るる有り．上円径一寸．内斜と旁斜の較四寸．下円径幾何かと問ふ．

答に曰く，下円径四寸．

術に曰く，斜較を置き半ばし，これを自乗す．上円径を以ってこれを除し，下円径を得て，　問ひに合す．

３．２ 現代語訳

図のように，円の中に（等脚）台形と 2 円がある．上円の直径は 1 寸， 内斜と傍斜の差は 4 寸とする．下円の直径はいくらか．

答．下円の直径は 4 寸である．

解．内斜と傍斜の差を半分にし，これを 2 乗する．上円の直径でこれを割って，下円の直径を得る．答は題意に合う．

３．３ 奥付について

算額奉掲者である石垣作右衛門光隆は，『新潟の算額』[22] によれば，長岡藩の武士である． 後の寛政10年に蒼柴神社に奉掲された算額には，石垣作右衛門光隆とその門人の名前がある．

４．術の解説

文政 5 年（1822 年）に内田恭により著された『神壁算法解義』の写本が残されており，そこに示されている解法を紹介する．ただし，表記は，現代数学に従う．

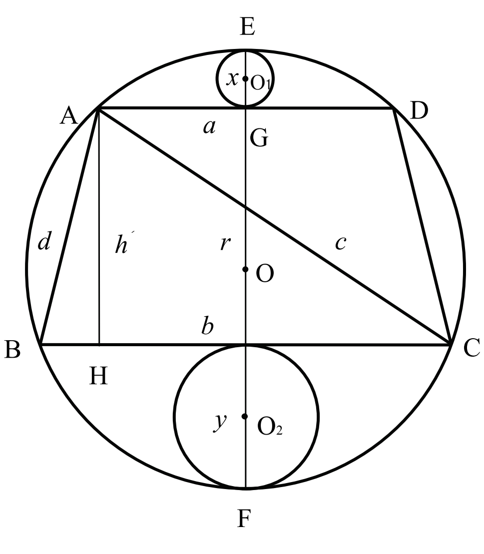

図-2

図-2 において， H は， A から BC に引いた垂線と BC との交点とし

$a = AD$ ：台形の上底， $b = BC$ ：台形の下底
$c = AC$ ：台形の内斜， $d = AB$ ：台形の傍斜
$h = AH$ ：台形の高さ
r ：円 O の直径
x ：上円 O_1 の直径， y ：下円 O_2 の直径

と置く．

次の等式が成り立つ[*1]．

$$r-(x+y)=h \tag{1}$$

$$rx-x^2=\frac{a^2}{4} \tag{2}$$

$$ry-y^2=\frac{b^2}{4} \tag{3}$$

また， 次の等式が成り立つ[*2]．

$$rh=cd \tag{4}$$

(1)，(4) より

$$r^2-(x+y)r=cd \tag{5}$$

(2)，(3) より

$$\begin{aligned} &2(x+y)r-2x^2-2y^2 \\ &=2\left\{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{b}{2}\right)^2\right\} \\ &=\frac{(b+a)^2}{4}+\frac{(b-a)^2}{4} \end{aligned} \tag{6}$$

更に，次の等式が成り立つ[*3]．

$$\frac{(b+a)^2}{4}+h^2=c^2 \tag{7}$$

$$\frac{(b-a)^2}{4}+h^2=d^2 \tag{8}$$

(6) の第 1 式と第 3 式の両辺に $2h^2$ を加えると，
(1)，(7)，(8) より

$$2r^2-2(x+y)r+2(x+y)^2-2x^2-2y^2=c^2+d^2 \tag{9}$$

(9) の両辺から $2cd$ を引くと，(5) より

$$2(x+y)^2-2x^2-2y^2=c^2-2cd+d^2 \tag{10}$$

整理すると

$$4xy=(c-d)^2 \tag{11}$$

故に

$$y=\left(\frac{c-d}{2}\right)^2/x \tag{12}$$

これは，術文と一致する．条件より，$c-d=4$，$x=1$なので，下円の直径$y=4$を得る．

以上で，和算家による1つの解法を示した．『新潟の算額』[22]には現代的解法が述べてあるが，cおよびdをxとyの式で表し，それをyについて解く方法である．この方法では，根号を使わざるを得ない．和算家の方法では，公式(4)がうまく使われていて簡潔である．

注

*1 (1)は明らかである．(2), (3)については，次のように推測される．図-3において，

$$AE^2+AF^2=EF^2$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2+x^2=AE^2$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2+(r-x)^2=AF^2$$

が成り立つ．従って

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2+x^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2+(r-x)^2=r^2$$

故に，$rx-x^2=\dfrac{a^2}{4}$．同様にして，$ry-y^2=\dfrac{b^2}{4}$．

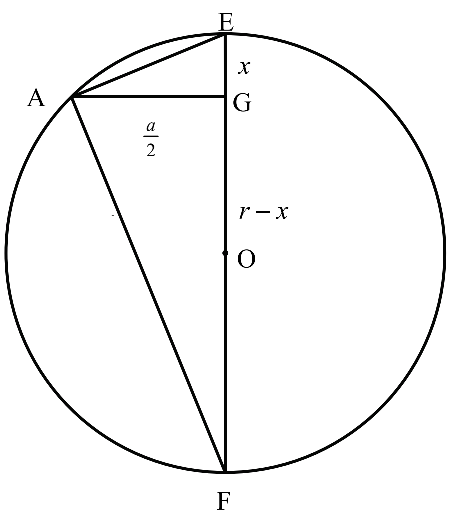

図-3

*2 これは，『算法助術』[23]に載っている第25番の公式である．すなわち，図-4において，$\dfrac{cd}{r}=h$が成り立つ．これを書き直すと，$\dfrac{c}{\sin B}=r$．すなわち，現代数学における正弦定理と同等である．

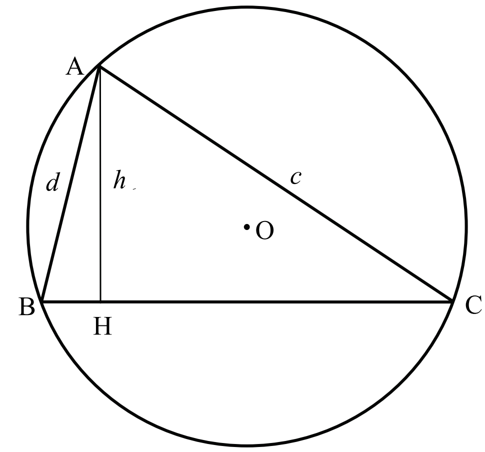

図-4

『算法助術』について解説した和算書が残されている．安政6年（1859年）に水野民徳により著された『算法助術解義』[24]，慶応4年（1868年）に金原与三郎により著された『算法助術解』[25]などである．それらに従って解説する．ただし，図-4は，『算法助術』の図とは異なるので，以下のように解説の一部を変更した．

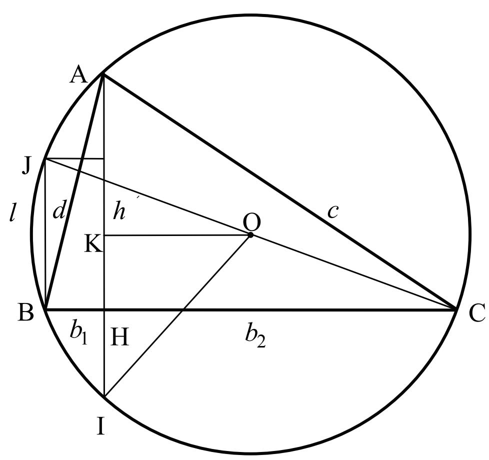

図-5

図-5において，IはAHの延長と円Oとの交点，

CJ は直径，K は O から AI に引いた垂線と AI との交点とし，

$$b_1 = BH, \quad b_2 = CH, \quad l = JB$$

と置く．

最初に，

$$h(h-l) = b_1 b_2 \tag{13}$$

が成り立つことを示す．ΔOKI において，

$$\left(\frac{b_2 - b_1}{2}\right)^2 + \left(h - \frac{l}{2}\right)^2 - \frac{r^2}{4} = 0 \tag{14}$$

が成り立つ．ΔCJB において，

$$(b_2 + b_1)^2 + l^2 - r^2 = 0 \tag{15}$$

が成り立つ．(15)の両辺を 4 で割り，(14)より引いて整理すると

$$-b_1 b_2 + h^2 - hl = 0$$

故に，$h(h-l) = b_1 b_2$．

次に，

$$\frac{cd}{r} = h \tag{16}$$

が成り立つことを示す．図-5 において，次が成り立つ．

$$c^2 - h^2 = b_2^2 \tag{17}$$

$$d^2 - h^2 = b_1^2 \tag{18}$$

$$r^2 - (b_1 + b_2)^2 = l^2 \tag{19}$$

(13)より

$$h^2 - b_1 b_2 = hl$$

両辺を 2 乗して

$$h^4 - 2b_1 b_2 h^2 + b_1^2 b_2^2 = h^2 l^2$$

これに(17)(18)(19)を代入し，整理すると

$$c^2 d^2 = h^2 r^2$$

両辺の平方根を取って

$$cd = hr$$

故に，$\dfrac{cd}{r} = h$．

（補足）

上述のように，(16)式は，正弦定理と同等である．現代数学では，正弦定理は円周角の定理より容易に導かれるが，和算では円周角の定理に相当するものはなかった．

*3 図-6 において，

$$CH = \frac{b+a}{2},\ BH = \frac{b-a}{2}$$

が成り立つ．従って，(7), (8)が成り立つ，

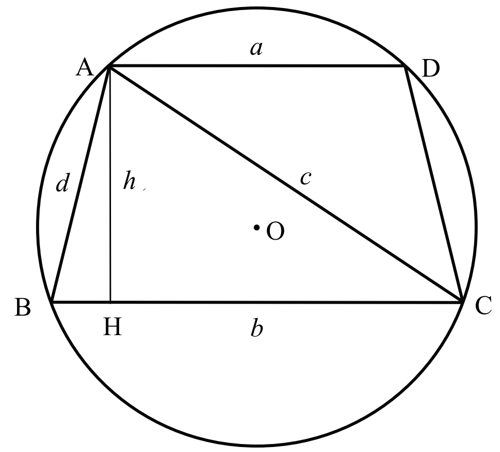

図-6

謝辞：注（*2）の補足について，小寺裕氏よりご教示頂きました．ここに深く謝意を表します．

参考文献

1) 藤田貞資閲，藤田嘉言編：神壁算法（寛政 8 年），1796 年．
2) 藤田貞資閲，藤田嘉言編：続神壁算法（文化 4 年），1807 年．
3) 内田恭編：神壁算法解義（文政 5 年），1822 年．
4) 馬場正督編，馬場正統増：増神壁算法解義（文政 7 年），1824 年．
5) 内藤忠辰校，中村時万編：賽祠神算（天保 2 年），1831 年．
6) 涌田和芳，外川一仁：長岡蒼柴神社の算額，長岡工業高等専門学校紀要第 42 巻第 2 号，pp. 1-8，2006 年．
7) 山口和：道中日記（文化 14 年～文政 11 年），1817 年～1829 年．藤井貞雄：山口坎山『道中

日記』の算題，私家版，1996 年.
8) 三上義夫：文化史上より見たる日本の数学，岩波文庫，1991 年.
9) 深川英俊，ダン・ペドー：日本の幾何 － 何題解けますか？， 森北出版，1991 年.
10) 深川英俊，ダン・ソコロフスキー：日本の数学－何題解けますか？（上）（下），森北出版，1994 年.
11) 深川英俊，Tony Rothman:Sacred Mathematics －Japanese Temple Geometry，Princeton Univ. Press，2008 年.
12) 小倉金之助：日本の数学，岩波新書，1940 年.
13) 大矢真一：和算入門，日本評論社，1987 年.
14) 平山諦：和算の誕生，恒星社恒星閣，1993 年.
15) 佐藤健一：日本人と数　江戸庶民の数学，東洋書店，1994 年.
16) 深川英俊：日本の数学と算額，森北出版，1998 年.
17) 佐藤健一：新和算入門，研成社，2000 年.
18) 小川束，平野葉一：講座数学の考え方 24 数学の歴史，朝倉書店，2003 年.
19) 伊藤洋美：手づくり選択数学 5　おもしろ和算，明治図書，2003 年.
20) 平山諦：和算の歴史－その本質と発展，ちくま文庫，2007 年.
21) 小寺裕： だから楽しい江戸の算額，研成社，2007 年.
22) 道脇義正，八田健二： 新潟の算額， 私家版，1967 年.
23) 長谷川弘閲，山本賀前編：算法助術（天保 12 年），1841 年. 深川英俊校注：算法助術（復刻），朝日新聞社事業部名古屋企画事業チーム，2005 年.
24) 水野民徳：算法助術解義（安政 6 年），1859 年.
25) 金原与三郎：算法助術解（慶応 4 年），1868 年.

（2009.10.2 受付）