論　　文

三島諏訪神社の算額

涌田 和芳[1]・外川 一仁[2]

[1] 一般教育科－数学（Liberal Arts-Mathematics, Nagaoka National College of Technology）
[2] 電子制御工学科（Department of Electronic Control Engineering, Nagaoka National College of Technology）

THE SANGAKU DEDICATED TO THE SUWA JINJYA IN MISHIMA

Kazuyoshi WAKUTA [1], Kazuhito TOGAWA [2]

Abstract

A mathematical tablet called sangaku which was dedicated to the Suwa Jinjya—the Shinto shrine in Mishima is conserved at the Mishima Country Museum. It is a historical work which shows the wasan—the traditional Japanese mathematics in Edo Period of Japan. However, it has become dark due to the deterioration by aging. Then, we have tried to restore the sangaku through the drawing by computer. Also, from the literature, we have inferred the early solution in Edo period.

Key Words : *wasan, sangaku, restoration by computer, early solution*

１．はじめに

嘉永 2 年（1849 年）に長岡市七日市（旧三島郡三島町大字七日市）の諏訪神社に算額が奉掲された．この算額は，現在三島郷土資料館で展示されている．三島郷土資料館では，他に和算書の『算法新書』[1]，計算用具の算木なども展示されており，和算に触れることが出来る貴重な場である．額文によれば，算額の奉掲者は三島の吉原吉之亟乗義で，安立清兵衛敬の門人とある．寛政 2 年（1795 年）に柏崎椎谷観音堂に算額を奉掲した米持矩章は三島郡新保村の人であり，江戸時代末期の旧三島町地域では優れた和算家が多く現れ，和算を学ぶ人も多かったという[2]．

算額は，江戸時代の和算の様子を知ることの出来る貴重な資料であり，後世に伝えられるべきものである．すでに，筆者らは長岡蒼柴神社の算額および柏崎椎谷観音堂の算額について調査を行い，復元図を作成し当時の解法を推測した[3),4)]．これらの算額に比べ，三島諏訪神社の算額の保存状態は良いが，算額の当時の様子を身近に知ることが出来るように復元を試み，描画ソフトを使って復元図を作成した．また，和算書にもとづいて，当時の解法を推測した．

算額の問いは１つのみである．容術という図形の問題であり，図形と関連した最大・最小の問題である．柏崎椎谷観音堂の算額および長岡蒼柴神社の算額にも最大・最小の問題があり，この種の問題への関心の高さが窺える．この問題は，高校数学程度であり，微分法を用いて容易に解くことができるが，和算の解法は現代的解法とは著しく異なっており興味深い．

和算については，明治以後，科学史の立場から研究が行われ，その成果は海外にも紹介され反響を呼んだ[5)～7)]．近年は，学術的な研究だけでなく，一般の人々への和算の紹介や数学教育の立場からの研究も盛んである[8)～14)]．

２．算額復元図

三島諏訪神社の算額は，縦 72cm，　横 102.5cm，奥行き 4.5cm の木製であり，額面は３つの板よりなっている．額文も図も明瞭であるが，全体にくすんでいる．当時の図の色は，残っている色から推測した．描画ソフト(Adobe Illustrator cs3)を用いて作成した復元図を図１に示す．

図1　三島諏訪神社算額復元図

３．額文の解説

３．１ 額文の書下し文

額文の書下し文を一案として書き，その現代語訳を示す．和算の用語については説明をしないが，現代語訳と比較すれば，その意味が分かる．

今，図の如く鉤股の内に方形を容るるあり．只し云ふ，鉤若干，股若干．方面の最少を欲す．その術の如何を問ふ．

答に曰く，左術の如し．

術に曰く，鉤を置き股を加ふ．これを自して，股の冪を加ふ．平方にこれを開き，以つて鉤を除し，股を因す．少極の方面を得て，問ひに合す．

３．２ 現代語訳

図のように，直角三角形の中に正方形がある．ただし，直角三角形の縦横の長さは任意とする．このとき，正方形の１辺の長さを最小にしたい．どのようにすれば良いか．

答．左の解のようにすれば良い．

解．直角三角形の縦の長さに横の長さを加える．これを２乗し横の長さを加える．その平方根をとり，それで縦の長さを割り，横の長さを掛けると最小の正方形の辺の長さが得られる．答は，題意に合う．

３．３ 奥付について

額文の奥付では，吉原吉之亟乘義は，安立清兵衛敬の門人とある．一方，三島町史上巻[2)]では，吉原吉之亟乘義の通称を吉之丞とし，安立数衛の門人としている．

４．術の解説

４．１ 和算による解法

算額の問いに対する和算の解法を推測する．

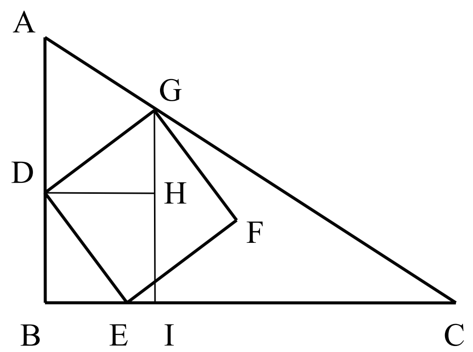

図２

図２において

$$AB = a\,,\quad BC = b\,,\quad BE = x\,,\quad BD = y$$

と置く．

まず，ΔABC の中に図２のような正方形が存在す

るための条件を求める．

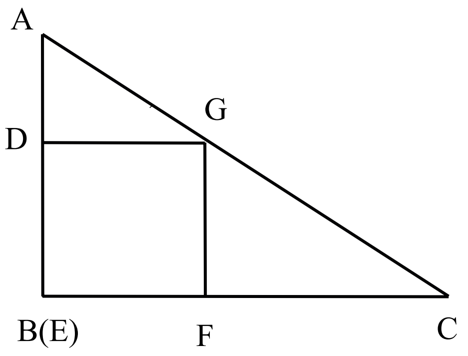

図 3

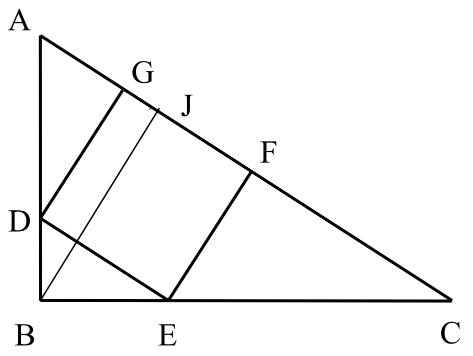

図 4

図 3 の場合に x は下限 $x=0$ となり，図 4 の場合に x は上限となる． x の上限を求めてみよう．

$$BJ=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$DE=\sqrt{a^2+b^2}\times\frac{x}{b}$$

$$EF=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}\times\frac{b-x}{b}$$

$DE=EF$ より

$$x=\frac{ab^2}{a^2+b^2+ab}$$

したがって， x の範囲は

$$0\leqq x\leqq\frac{ab^2}{a^2+b^2+ab} \tag{1.1}$$

であることがわかる．

次に，正方形の 1 辺の長さ k の最小値を求める*1．

図 2 において

$$AB:BC=GI:IC$$

すなわち

$$a:b=(x+y):(b-y)$$

したがって

$$y=\frac{b(a-x)}{a+b} \tag{1.2}$$

三平方の定理*2 より

$$k^2=x^2+y^2$$

したがって

$$x^2+y^2-k^2=0 \tag{1.3}$$

(1.2)を(1.3)に代入して整理すると

$$\{(a+b)^2+b^2\}x^2-2ab^2x+a^2b^2-(a+b)^2k^2=0 \tag{1.4}$$

定数項が最大となるための x の条件，すなわち， k が最小となるための x の条件は，適尺方級法*3 により

$$2\{(a+b)^2+b^2\}x-2ab^2=0 \tag{1.5}$$

したがって

$$x=\frac{ab^2}{(a+b)^2+b^2} \tag{1.6}$$

これは，(1.1)を満たすので題意に合う．(1.6)を(1.4)に代入すると

$$k^2=\frac{a^2b^2}{(a+b)^2+b^2}$$

故に， k の最小値は

$$k=\frac{ab}{\sqrt{(a+b)^2+b^2}}$$

である．

４．２ 現代的解法との比較

和算による解法との比較から，現代的解法を述べてみよう．この問題は，高校数学の微分法を用いて容易に解くことができる．

正方形の１辺の長さは

$$z=\sqrt{x^2+y^2} \tag{2.1}$$

であり，この最小値を求める．(2.1)に(1.2)を代入して，次の式を得る．

$$z=\sqrt{\frac{\{(a+b)^2+b^2\}x^2-2ab^2x+a^2b^2}{(a+b)^2}} \tag{2.2}$$

そして

$$w=\{(a+b)^2+b^2\}x^2-2ab^2x+a^2b^2$$

と置いて，これを最小にする x を求めればよい．そこで，w を x で微分して0と置く．

$$w'=2\{(a+b)^2+b^2\}x-2ab^2=0 \tag{2.3}$$

これを解いて

$$x=\frac{ab^2}{(a+b)^2+b^2}$$

このとき，z は最小値

$$z=\frac{ab}{\sqrt{(a+b)^2+b^2}}$$

を取る．

次に，和算による解法と現代的解法とを比較をしてみよう．

(2.2)式と(1.4)式は同等である．現代数学から見ると，(1.4)式の導き方は回りくどいように思われる．しかし，和算には関数という概念がなく，方程式の問題にして解くために，4.1 のように(1.4)式を導いたと推測される．

(2.3)式は(1.5)式と全く同じであるが，和算には現代数学の微分法はなかった．しかし，適尽方級法により極値問題を解くと結果として，微分法における導関数と同じ式が導かれる．

謝辞：復元図の作成にあたり長岡高専技術協力会から助成金を頂きました．謝意を表します．

注

*1 日下誠閲，和田寧編の『適尽題寄消適当本術解』[15)]で述べられている解法を参考にして解く．

*2 三平方の定理は，鉤股の術（理）または鉤股弦の術（理）としてよく知られていた．

*3 貞享 2 年(1685 年)に関孝和が著した『開方翻変之法』の中に「適尽方級法」がある[16),17)]．その概略について前著[3)]で説明した．

参考文献

1)　長谷川寛閲，千葉胤秀編：算法新書（天保 2 年），1831 年．

2)　三島町編：三島町史上巻，1984 年．

3)　涌田和芳，外川一仁：長岡蒼柴神社の算額，長岡工業高等専門学校紀要第 42 巻第 2 号，pp. 1-8，2006 年．

4)　涌田和芳，外川一仁：柏崎椎谷観音堂の算額，長岡工業高等専門学校紀要第 43 巻第 2 号，pp. 17-22，2007 年．

5)　三上義夫：文化史上より見たる日本の数学，岩波文庫，1991 年．

6)　深川英俊，ダン・ペドー：日本の幾何 － 何題解けますか？，森北出版，1991 年．

7)　深川英俊，ダン・ソコロフスキー：日本の数学－何題解けますか？（上）（下），森北出版，1994 年．

8)　小倉金之助：日本の数学，岩波新書，1940 年．

9)　佐藤健一：日本人と数 江戸庶民の数学，東洋書店，1994 年．

10)　大矢真一：和算入門，日本評論社，1987 年．

11)　佐藤健一：新和算入門，研成社，2000 年．

12)　小川束，平野葉一：講座数学の考え方 24 数学の歴史，朝倉書店，2003 年．

13)　伊藤洋美：手づくり選択数学 5　おもしろ和算，明治図書，2003 年．

14)　平山　諦：和算の歴史－その本質と発展，ちくま文庫，2007 年．

15)　日下誠閲，和田寧編：適尽題寄消適当本術解（文政 4 年），1821 年．

16)　加藤平左エ門：和算ノ研究 方程式論，日本学術振興会，1955 年．

17)　加藤平左エ門：算聖関孝和の業績，槙書店 1972 年．

(2008. 8. 29 受付)