

論文

# $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いた 傾斜プルームフロントの流動解析

衛藤俊彦<sup>1</sup>・諸橋正達<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 環境都市工学科 (Department of Civil Engineering, Nagaoka National College of Technology)

<sup>2</sup> 環境都市工学科 (Department of Civil Engineering, Nagaoka National College of Technology)

## FLOW ANALYSIS OF INCLINED PLUME FRONT USING $k-\varepsilon$ TURBULENCE MODEL

Toshihiko ETO<sup>1</sup> and Masahiro MOROHASHI<sup>2</sup>

### Abstract

The numerical analysis of conservative inclined plumes using the  $k-\varepsilon$  turbulence model is carried out. The basic differential equations are discretized by the SIMPLE method. The standard values of the constants in the  $k-\varepsilon$  turbulence model are used. The variations of the travel speed, the maximum height of a plume front are obtained from numerical solutions. The agreement of numerical results and experimental ones for the travel speed and the maximum height is generally well. The contours of salinity concentration and velocity vectors of an inclined plume front for nine cases are also obtained and show the flow mechanism in a inclined plume clearly.

**Key Words :** saline plume, numerical analysis, SIMPLE method, plume front,  $k-\varepsilon$  turbulence model

### 1. はじめに

周囲流体より密度の大きい流体が、壁面に沿って斜面上を下流する現象を傾斜壁面密度流と呼ぶ。さらに上流からの流体の供給が連続的である場合、傾斜壁面プルームを形成する。供給が連続的でない場合は傾斜壁面サーマルを形成する。また密度差の原因となる物質が塩分や温度差のような保存性の場合と、沈降性の濁質粒子のような非保存性の場合とに分類され、それぞれ保存性傾斜密度流、非保存性傾斜密度流と呼ばれる。保存性の傾斜壁面プルームの代表例としては、河口部の塩水くさびがある。非保存性の傾斜壁面プルームの代表例としては洪水時に湖や貯水池に流入する泥水流、海底や大規模な湖沼で発生する濁泥流などが挙げられる。上流からの流体の供給が不連続的である傾斜サーマルも自然界で多く観測される。代表例としては、冬期山岳地帯で発生する煙型雪崩、火山の噴火に伴う火砕流などがあり、泥水流には傾斜サーマルの流動形態をとるものも予想されている。これらはどれも密度差の原因が濁質粒子である非保存性傾斜サーマルである。

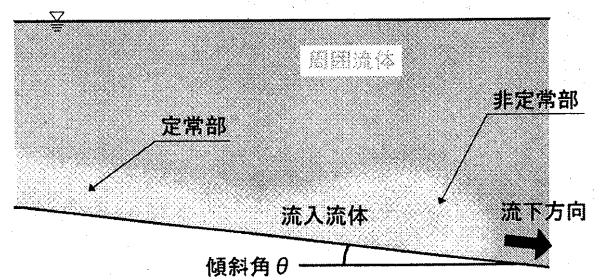


図-1 傾斜プルームの模式図

このように傾斜壁面プルームや傾斜壁面サーマルは、自然現象と密接に関わっている。したがって、自然災害などにかかわる流体现象を解明するためにも、また傾斜密度流、特にフロントを伴う密度流の基礎的特性を明らかにするためにも、これらの流れの流動機構を解明することは極めて重要である。

一定な傾斜角  $\theta$  をもつ斜面上を流下する傾斜ブルームを模式的に図-1に示す。傾斜ブルームは上流部より流入した流体が先端に丸みを帯びた非定常部を形成し、その後方に流れの変化が緩やかな定常部が続く。このフロント部は大規模な渦運動を伴い複雑な流動機構を示す。

Parker et. al<sup>1)</sup> や Garcia<sup>2)</sup> は傾斜ブルームである泥水流について実験的研究を行った。また福島・Parker<sup>3)</sup> によりスクリップス海底渓谷での泥水流 (Inman et al.<sup>4)</sup>) について、層積分法を用いた数値解析により検討がなされている。山口ら<sup>5)</sup> は、ブルームフロント部の流動機構を実験的に調べた。衛藤・福島<sup>6)</sup> は定常状態の泥水流について数値解析により検討を行った。秋山ら<sup>7)</sup>、重枝・秋山<sup>8)</sup> は潜入密度流について実験的、解析的に研究を行った。

以上のように傾斜ブルームについて多くの研究が試みられているが、傾斜ブルームフロント部の流動について解析的に研究が行われた例はあまりない。

本研究の目的は、傾斜壁面ブルームフロント部の流動特性を数値解析により明らかにすることである。傾斜ブルームとして密度差の原因となる物質が溶解性の保存性の場合を対象とした。傾斜サーマルは密度変化を伴う流れである。このため数値解析で用いる乱流モデルの選択にあたっては、密度変化を伴う成層の効果を考慮できるモデルであること、非定常計算が必要となるためできるだけ単純なモデルであることなどが考慮された。現在、数多くの乱流モデルが提案されているが、以上の観点より本研究ではモデル構成が単純であり、なおかつ密度成層の効果を表現できる  $k-\epsilon$  乱流モデルを用いることとした。

保存性の傾斜ブルームを対象とし数値計算を行い、計算結果からブルームフロント部の流下速度、最大厚さを求め、既存の実験結果と比較することによりモデルの妥当性の検討を行った。内部機構の解明のため、数値計算結果からブルームフロント部の流速ベクトル、濃度コンター図を求めた。

## 2. 数値解析の概要

傾斜壁面ブルームの流動を解析するため、図-2に示すような座標系における流れを考える。一定の傾斜

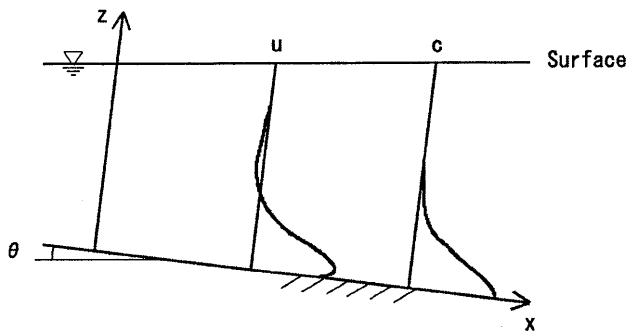


図-2 数値計算に用いた座標系

角  $\theta$  をもつ二次元の斜面上に、一様な密度  $\rho_w$  をもつ淡水を満たす。水路の上流端から平均濃度  $c_s$ 、密度  $\rho_s$  の塩水を定常的に流入させ、水路内に傾斜ブルームを発生させる。流れは非定常で、十分に発達した乱流である。流入流体によって生じる密度差を  $\Delta\rho$  とし、塩分の輸送は乱流拡散方程式で記述できるものとする。乱流運動に基づく渦動粘性係数、渦拡散係数は場所ごとに变化するが、これらの値は方向に依らず流下方向  $x$  と上向き方向  $z$  で等しいと考える。時間は  $t$  で表し、 $u$ 、 $w$  を  $x$  方向と  $z$  方向の平均流速成分、 $p$  を平均圧力、乱流運動エネルギーを  $k$ 、分子粘性逸散率を  $\epsilon$ 、重力加速度を  $g$  で表す。数値計算には基礎方程式として連続の式、 $x$ 、 $z$  方向のレイノルズ方程式、塩分の拡散方程式、乱流運動エネルギー  $k$  の方程式、分子粘性逸散率  $\epsilon$  の方程式を用いた。以上の基礎方程式に基づき、パタンカー<sup>10)</sup> の SIMPLE 法により数値解析を行った。これは移流拡散流束に対する独自の離散化手法を用い、スタッガード格子を導入し、さらに圧力方程式を解くものである。基礎方程式を次に示す。

(1) 連続の式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

(2)  $x$  方向のレイノルズ方程式

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= \rho g \sin \theta - \frac{\partial p}{\partial x} \\ &+ \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\rho\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho\nu_t \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

(3)  $z$  方向のレイノルズ方程式

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\rho g \cos \theta - \frac{\partial p}{\partial z} \\ &+ \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho\nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho\nu_t \left( \frac{\partial w}{\partial x} + 2\frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

(4) 塩分の拡散方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + w \frac{\partial c}{\partial z} &= D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu_t \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_t \frac{\partial c}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

(5) 乱流運動エネルギー  $k$  の方程式

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu_t \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_t \frac{\partial k}{\partial z} \right)$$

表-1 数値計算に用いた数値定数

物理量	k-ε乱流モデル定数						
$D(\text{cm}^2/\text{s})$	$c_\mu$	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$c_{1\epsilon}$	$c_{2\epsilon}$	$c_{3\epsilon}$	$\sigma_t$
0.01	0.09	1.0	1.3	1.44	1.92	1.0	0.8

$$+\nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} - \epsilon \quad (5)$$

(6) 分子粘性逸散率 ε の方程式

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + w \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) + c_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \left\{ \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + (1 - c_{3\epsilon}) Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} \right\} - c_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (6)$$

$\nu_t$  は渦動粘性係数であり、 $k$  と  $\epsilon$  を用いて、次のように表す。

$$\nu_t = c_\mu k^2 / \epsilon \quad (7)$$

ここで、 $\mu$  は水の粘性係数、 $D$  は塩分の分子拡散係数である。また、 $\sigma_t, \sigma_k, \sigma_\epsilon, c_\mu, c_{1\epsilon}, c_{2\epsilon}, c_{3\epsilon}$  は  $k$ - $\epsilon$  乱流モデルの数値定数であり、標準的な値を用いた。それぞれの値を表-1 に示す。 $Rc = (\rho - \rho_w) / \rho_w$  は淡水中での流入塩水の相対密度差 ( $R$  は定数) である。

次に数値計算に用いた境界条件について説明する。

(a) 底面境界条件

今、流入流体と周囲流体の密度差は十分小さい場合を考えている。そこで、壁面での境界条件として一様流体に対して得られた壁関数法をそのまま用いた。このとき流速分布は次のように対数則を用いて表される。ただし、壁面は滑面であると仮定している。壁面から  $z_0$  だけ離れた点を  $z = z_0$  とするとき  $u$  は、

$$\text{底面 } z = z_0 \text{ で } \frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z_0}{k_s} + A_r \quad (8)$$

となる。ここで  $u_*$  は摩擦速度、 $\kappa$  はカルマン定数、 $k_s$  は粗度、 $A_r$  は定数である。境界近傍の2点でこの式が成り立つものとして、 $u_*$  をニュートン法による繰り返し計算で求め、境界近傍での  $u$  を算出した。壁関数法では  $w, k, \epsilon$  は次のように与えられる。

$$w = 0; \quad k = \frac{u_*^2}{\sqrt{c_\mu}}; \quad \epsilon = \frac{u_*^3}{\kappa z_0} \quad (9)$$

濃度  $c$  に対する底面境界条件は、塩分フラックスが固定面上で零となるので次の境界条件が成り立つ。

$$\frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

(b) 上部境界条件

上部境界は水面 (自由水面) である。ここでは、流速に対しては水面が流線であること、水面でせん断応力が零になることの2つの条件を与えた。乱れ運動エネルギー  $k$  と分子粘性逸散率  $\epsilon$  は水面との直行方向の勾配が零となるものとした。

(c) 上流端境界条件

上流端は固定壁面であるとし、底面の境界条件と同様な境界条件を与えた。

(d) 流出部境界条件

流出部では  $u, w, c, k, \epsilon$  の流下方向の勾配が零となるものとして、次のように与えた。

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial \epsilon}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

### 3. 傾斜壁面ブルーム実験の概要

数値計算の対象としたのは山口ら<sup>5)</sup>の行った傾斜壁面ブルームに対する室内実験である。この実験の概要を述べる。実験装置図を図-3, 4 に示す。実験は、水槽の傾斜角が  $5^\circ, 10^\circ, 30^\circ$  でそれぞれ行われた。傾斜角  $5^\circ, 10^\circ$  については、水路長 370cm, 高さ 40cm, 水路幅 15cm の矩形アクリル製水槽を用いた。傾斜角  $30^\circ$  については、水路長 200cm, 高さ 100cm, 水路幅 30cm の矩形アクリル製水槽に幅 15cm のアクリル板を  $30^\circ$  に固定したものを用いた。水路内には上流端において底

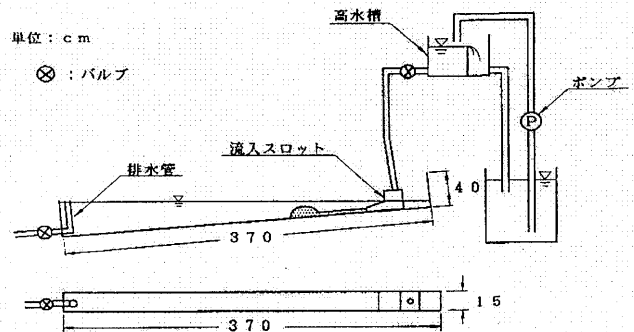


図-3 傾斜角  $5^\circ, 10^\circ$  の場合の実験装置

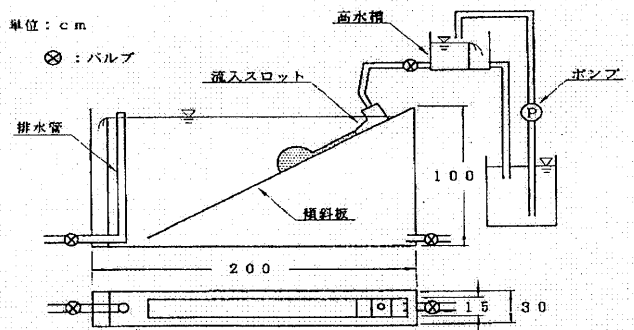


図-4 傾斜角  $30^\circ$  の場合の実験装置

表-2 実験条件

case	傾斜角 $\theta(^{\circ})$	塩水濃度 $c_s(\%)$	塩水密度 $\rho_s(\text{g}/\text{cm}^3)$	淡水密度 $\rho_w(\text{g}/\text{cm}^3)$	$\Delta\rho/\rho_w$
1	5	1	1.004227	0.997754	1.006448
2	5	3	1.019448	0.998128	1.021400
3	5	5	1.033972	0.998128	1.035911
4	10	1	1.005090	0.998232	1.006870
5	10	3	1.019204	0.998191	1.021051
6	10	5	1.033878	0.998170	1.035773
7	30	1	1.005182	0.998232	1.006962
8	30	3	1.019403	0.998232	1.021208
9	30	5	1.034389	0.998443	1.036012

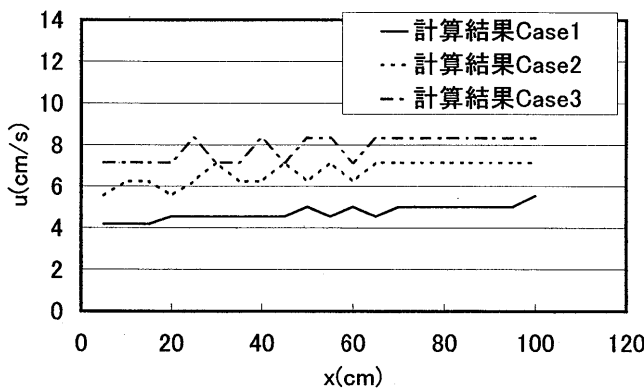


図-5 塩水プルームの流下速度の流下距離変化 (傾斜角 5°)

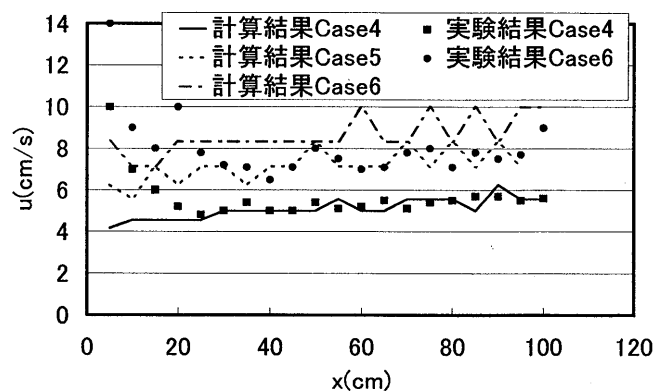


図-6 塩水プルームの流下速度の流下距離変化 (傾斜角 10°)

面と鉛直方向の水深が 8cm となるように淡水が満たされており、水路上流端には幅 14.8cm、高さ 2cm の流入口を持つ流入スロットが設置されている。この流入スロットからウラニン色素を混入し可視化された初期濃度を持つ塩水を流量 0.12l/sec で定期的に入力させた。流入した塩水は傾斜プルームを形成する。この様子を画像解析し、プルームフロント部の流下速度、最大厚さが逐次求められた。実験に用いた塩水の初期塩分重量濃度は 1%、3%、5% である。それぞれの実験 Case における条件を表-2 に示す。

#### 4. 傾斜壁面プルームの数値解析

数値計算は座標軸を、斜面方向を  $x$  軸、それと鉛直上向きに  $z$  軸をとって行った。計算領域、格子分割数については、 $x$  軸は全ての Case で流下距離 120cm とし、それを 120 分割した。 $z$  軸は全ての Case で底面から 8cm までは 16 分割とし、それより上は 5° では 10.5cm、10° では 21.2cm、30° では 69.3cm を 120 分割した。計算の時間刻みは  $\Delta t=0.1\text{s}$  とした。またそれ以外の条件については実験条件と同様に与えた。

以上の条件で数値計算を行い、計算結果から得られ

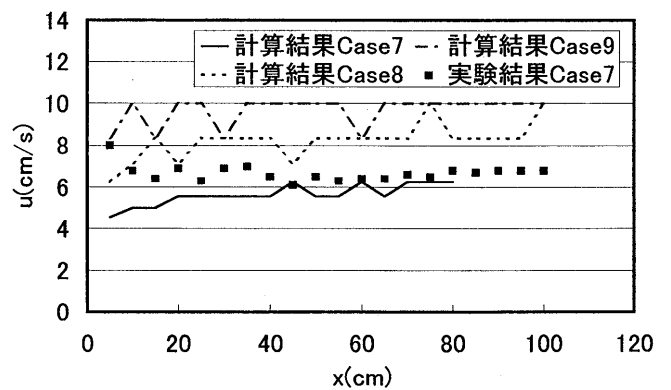


図-7 塩水プルームの流下速度の流下距離変化 (傾斜角 30°)

た塩分濃度の等濃度線よりプルームフロント部の流下速度、最大厚さを求めた。

図-5~7 は塩水プルームフロント部の流下速度の流下距離変化のグラフである。線で示したものは計算結果、点で示したものは実験結果である。実験結果についてはデータが得た Case4, 6, 7 のみ表示してある。流

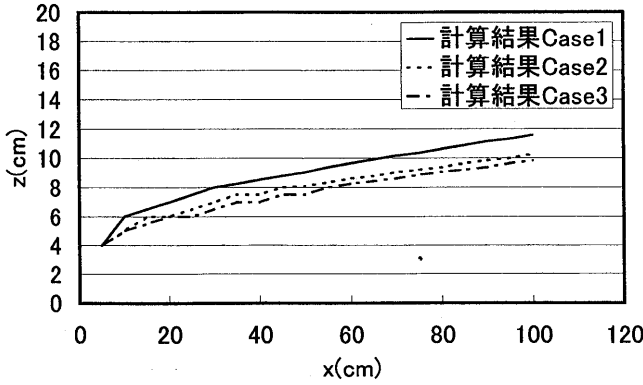


図-8 塩水ブルームの最大厚さの流下距離変化 (傾斜角 5°)

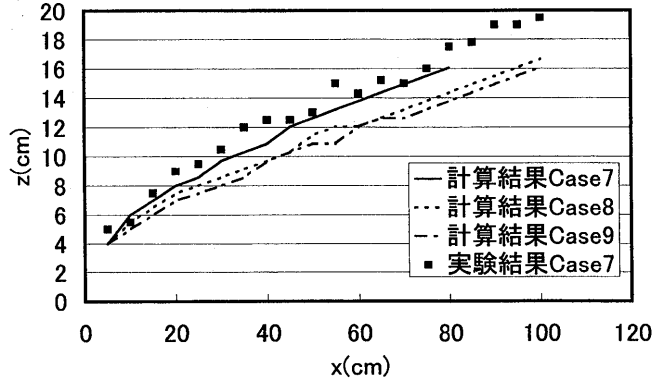


図-10 塩水ブルームの最大厚さの流下距離変化 (傾斜角 30°)

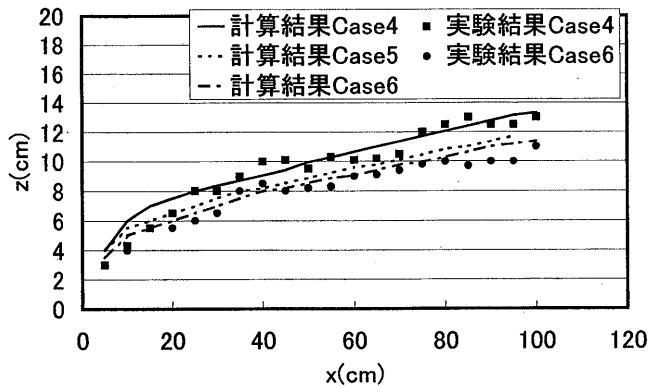


図-9 塩水ブルームの最大厚さの流下距離変化 (傾斜角 10°)

下速度は流下距離 20cm 以降では計算結果と実験結果はよく一致している。流入直後においては実験と計算の両者の流動が異なったため、流下速度について差異が表れたと考えられる。いずれの Case においても、傾斜ブルームの流下速度は流下距離に依らずほぼ一定の値をとることがわかる。また同じ傾斜角の Case で比較すると、塩水濃度の大きいものほど流下速度は大きい。同じ塩水濃度の Case で比較すると、傾斜角が大きいものほど流下速度が大きいことがわかる。

図-8~10 は塩水ブルームフロント部の最大厚さの流下距離変化の計算結果、実験結果である。こちらのグラフにおいても、計算結果と実験結果はよく一致した。いずれの Case においても、傾斜ブルームの最大厚さは流下距離に対し線形的に増加することがわかる。同じ傾斜角の Case で比較すると、塩水濃度の大きいものほど最大厚さは小さくなる傾向にある。また塩水濃度は流下距離に対する最大厚さの増加率には影響を与えないことがわかる。同じ塩水濃度で比較すると、傾斜角が大きいものほど、流下距離に対する最大厚さの増加率が大きくなることがわかる。

図-11~13 はそれぞれ Case4~6(傾斜角 10°, 塩水濃度 1%~5%) の数値計算結果から塩水ブルームフロント部を濃度コンターと流速ベクトルで表したものであ

る。左の図は流下距離 50cm、右の図は流下距離 100cm における図である。いずれの図においてもフロント部は丸みを帯びた楕円形の形状となっており、底面付近で最も高濃度となっている。またフロント上部後方を中心として流速ベクトルによる循環流が形成されている。この循環流の中心の  $x$  方向の位置は、塩水濃度が大きくなるとブルームフロント先端部に近づき、 $z$  方向の位置は高濃度のものほど低い。ブルームフロント部の流下に伴い、周囲水との混合により形状は全体的に発達し濃度がやや小さくなっている。それぞれの図を比較すると、流入する塩水濃度が大きくなるに従いブルームフロント部とその後方の定常部も含め全体的に平べったくなっている。これは塩水濃度が大きいものほど密度成層の効果が顕著に現れたためと考えられる。

図-14, 15 はそれぞれ Case3, 9(傾斜角 5°, 30°, 塩水濃度 5%) の数値計算結果から塩水ブルームフロント部を濃度コンターと流速ベクトルで表したものである。塩水濃度が同じである図-13 も含めて比較すると、傾斜角が大きいものほうが周囲水をより多く巻き込むため、同じ流下距離においてもブルームフロント部の形状が全体的に発達している。またそれに伴い濃度の希釈が進んでいる。特に Case9, 流下距離 100cm の図では形状の発達が他のものと比べ顕著である。流速ベクトルによる循環流の中心の位置は、傾斜角が大きい条件ほど  $x$  方向に対しフロント先端部から離れた位置にあり、 $z$  方向は底面から高い位置にあることがわかる。

## 5. 結論

塩水による保存性傾斜壁面ブルームフロント部の流動特性を調べるため、 $k$ - $\epsilon$ 乱流モデルを用いて数値計算を行った。微分方程式の離散化には Patankar の提唱する SIMPLE 法<sup>10)</sup>を用いた。モデル定数には  $k$ - $\epsilon$ 乱流モデルの標準値を用いた。山口ら<sup>5)</sup>が行った傾斜ブルーム実験と同じ条件で数値計算を行い、傾斜ブルームフロント部の流下速度、最大厚さを求めた。実験結果と計算結果の比較を行い、その結果良好な一致を得るこ

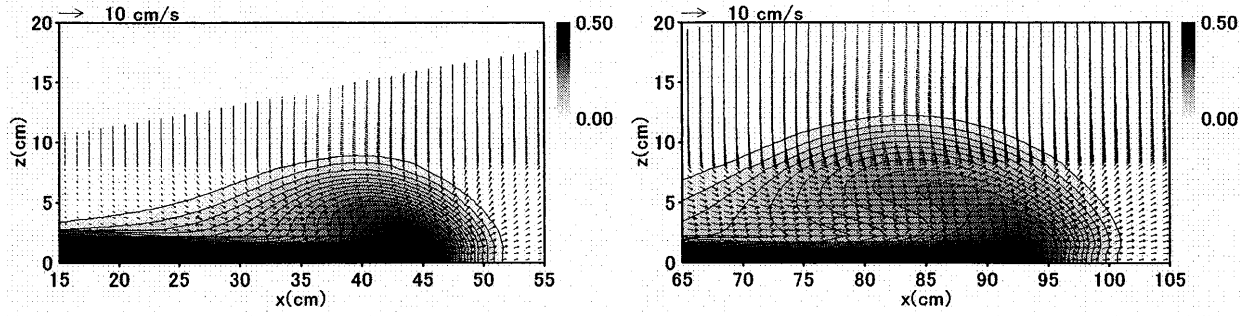


図-11 Case4の塩分の等濃度線, 流速ベクトル図  
(左: 流下距離 50cm, 右: 流下距離 100cm)

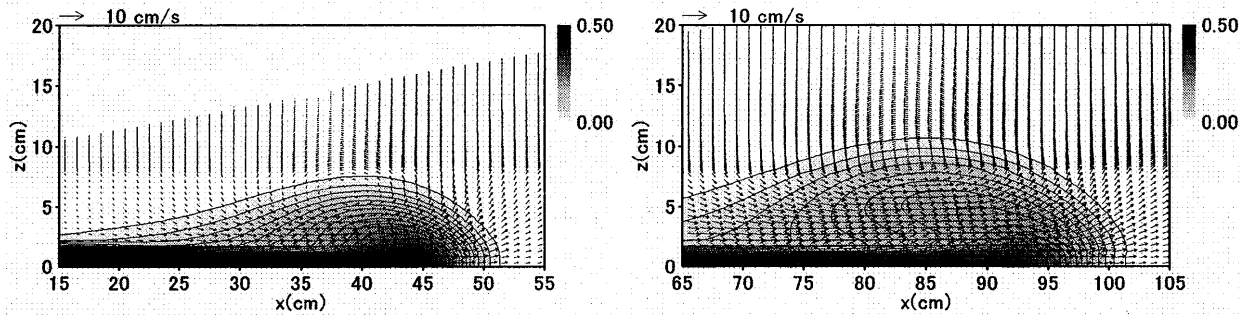


図-12 Case5の塩分の等濃度線, 流速ベクトル図  
(左: 流下距離 50cm, 右: 流下距離 100cm)

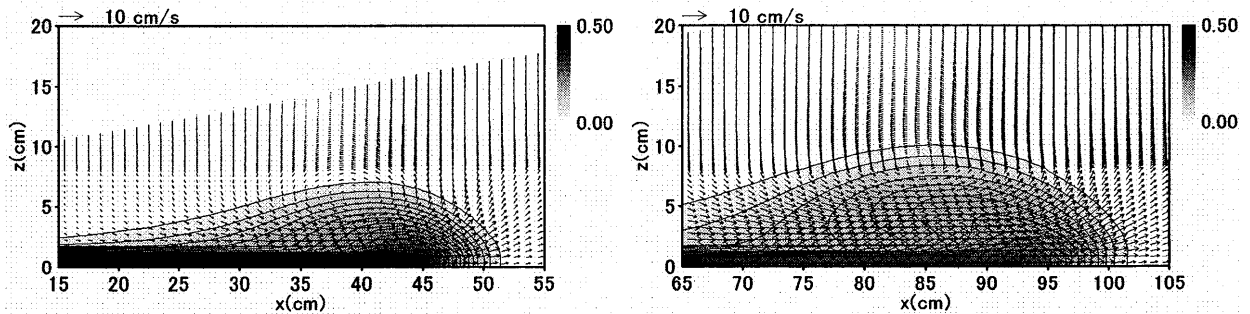


図-13 Case6の塩分の等濃度線, 流速ベクトル図  
(左: 流下距離 50cm, 右: 流下距離 100cm)

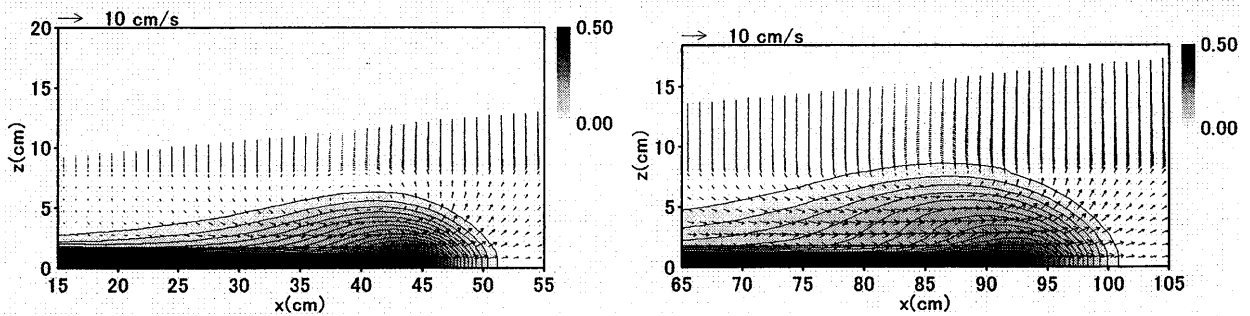


図-14 Case3の塩分の等濃度線, 流速ベクトル図  
(左: 流下距離 50cm, 右: 流下距離 100cm)

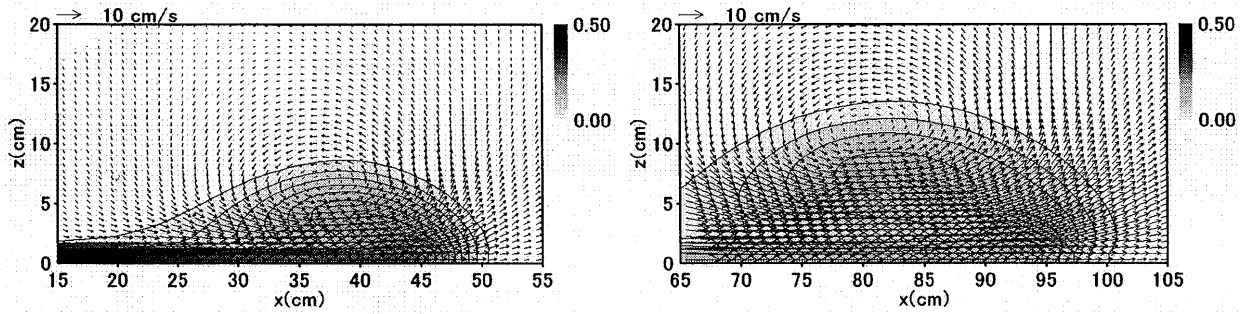


図-15 Case9の塩分の等濃度線, 流速ベクトル図  
(左: 流下距離 50cm, 右: 流下距離 100cm)

とができた. 計算結果から傾斜プルームフロント部の流速ベクトル・濃度コンター図を求めた. これによりプルームフロント部の内部機構について知ることができた.

#### 参考文献

- 1) Parker, G., M. Garcia, Y. Fukushima and W. Yu : Experiments on turbidity currents over an erodible bed, *J. of Hydraulic Research*, Vol. 25, No. 1, pp.123-147, 1987.
- 2) Garcia, M. : Depositing and eroding sediment driven flows:turbidity currents, *St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory, University of Minnesota, Project Report*, No. 306, 179p, 1990.
- 3) 福嶋祐介, Gary Parker : 自己加速する泥水流に関する研究, 第 32 回海岸工学講演会論文集, pp.253-257, 1985.
- 4) Inman, D. L., C. E. Nordstrom and R. E. Flick : Currents in submarine canyons: an air-sea-land interaction, *Annual Rev. of Fluid Mech.*, Vol. 8, pp.275-310, 1976.
- 5) 山口武俊, 福嶋祐介, 早川典生 : 傾斜壁面プルームとサーマルの流動機構に関する研究, 土木学会第 50 回年次学術講演会講演概要集, 第 II 部, pp.530-531, 1995.
- 6) 衛藤俊彦, 福嶋祐介 : 海底渓谷で発生する泥水流の  $k$ - $\epsilon$  乱流モデルによる流動解析, 海岸工学論文集, 48, pp.461-465, 2001.
- 7) 秋山壽一郎, 土居正明, 安藤祐馬 : 成層型貯水池における潜密度流と内部跳水について, 水工学論文集, 49, pp.1153-1158, 2005.
- 8) 重枝未玲, 秋山壽一郎 : 一般座標コロケート格子を用いた鉛直 2 次元モデルによる潜密度流の数値解析, 水工学論文集, 49, pp.1159-1164, 2005.
- 9) 衛藤俊彦, 福嶋祐介 :  $k$ - $\epsilon$  乱流モデルによる保存性傾斜サーマルの数値解析, 水工学論文集, 46, pp.1043-1048, 2002.
- 10) パタンカー, S.V., 水谷幸夫, 香月正司訳, コンピュータによる熱と流れの数値解析, 森北出版, 1985.

(2008.1.18 受付)