論　　文

柏崎椎谷観音堂の算額

涌田 和芳[1]・外川 一仁[2]

[1]一般教育科－数学（Liberal Arts-Mathematics, Nagaoka National College of Technology）
[2]電子制御工学科（Department of Electronic Control Engineering, Nagaoka National College of Technology）

THE SANGAKU CONSERVED AT THE SHIIYA KANNONDOU IN KASHIWAZAKI

Kazuyoshi WAKUTA [1], Kazuhito TOGAWA [2]

Abstract

A mathematical tablet called sangaku is conserved at the Shiiya Kannondou—the Buddhist temple in Kashiwazaki. It is a historical work which shows the wasan—the traditional Japanese mathematics in Edo Period of Japan. We, however, can not read clealy the sangaku due to the deterioration by aging. Then, we have tried to restore the sangaku through the drawing by computer. Also, from the literature, we have inferred the early solution in Edo period.

Key Words : *wasan, sangaku, restoration by computer, early solution*

１．はじめに

柏崎市椎谷の椎谷観音堂に一面の算額が保存されている．新潟県の算額について，その調査をまとめ1967 年に出版された『新潟の算額』[1] では，椎谷観音堂の算額は，文献上の資料に残るのみで現存しないとされ，その内容と現代的解法が紹介された．ところが，その後の調査により椎谷観音堂の算額は，現存することが確認され，寛政 7 年(1795 年)のこの算額が，新潟県に現存する最古の算額であることがわかった[2) 3)]．算額を奉掲した米持矩章は，三島郡新保村（現長岡市三島新保）の人であり，江戸に出て関流五伝日下誠に和算を学び，帰郷後，農業の傍ら地元の農民に和算を教えたとある[2]．また，同年の寛政７年，長岡蔵王神社にも奉額したという記録がある[4]．この算額は現存しない．

椎谷観音堂の算額は，江戸時代の和算の様子を伝える貴重な資料であり，特に新潟県に現存する最古の算額でもあり，後世に伝えられるべきものである．その算額の復元を試み，コンピューターを使って復元図を作成した．これにより，当時の算額の様子を知ることができる．また，『新潟の算額』では，現代的解法を与えているが，米持矩章はいったいどのようにして算額の問いを解いたのであろうか．残念ながら，算額からは知ることができない．そこで，江戸時代の和算書にもとづいて，当時の解法を推測してみた．算額の二つの問いのうち，第一問は，前著[5]において調査した蒼柴神社の算額の第三問と同じ種類の問題であり，同様の解法を試みる．第二問については，和算書の中に和算の公式を纏めた公式集があり，その中の公式を用いて解く．

算額の二つの問いは，和算では容術といわれる図形の問題であり，第一問は，図形と関連した最大・最小の問題である．何れも高校程度の問題であるが，和算の解法は，現代的解法とは著しく異なるところもあり興味深い．

和算については，明治以後，科学史の立場から研究が行われ，その成果は海外にも紹介され反響を呼んだ[6) 7) 8)]．近年は，学術的な研究だけでなく，一般の人々への和算の紹介や数学教育の立場からの研究も盛んである[9) 10) 11) 12) 13) 14)]．

2．算額復元図

椎谷観音堂の算額は，縦 91cm, 横 126cm, 奥行き 7cm の大型の木製である．算額の文字も図形に施された顔料も大分薄くなっているが，蒼柴神社の算額に比べて保存状態は良い．額文については，残された墨跡を調べ，他の資料[4]も参考にしながら復元を行った．額文中において，「径」「答」は，いわゆる旧字体とも異なる字体が使われているが，額文のまま復元をした．また，図形の色は，薄く残っている色から推定した．ソフトは，描画ツール(Adobe Illustrator cs3)を用いた．作成した復元図を下に示す．

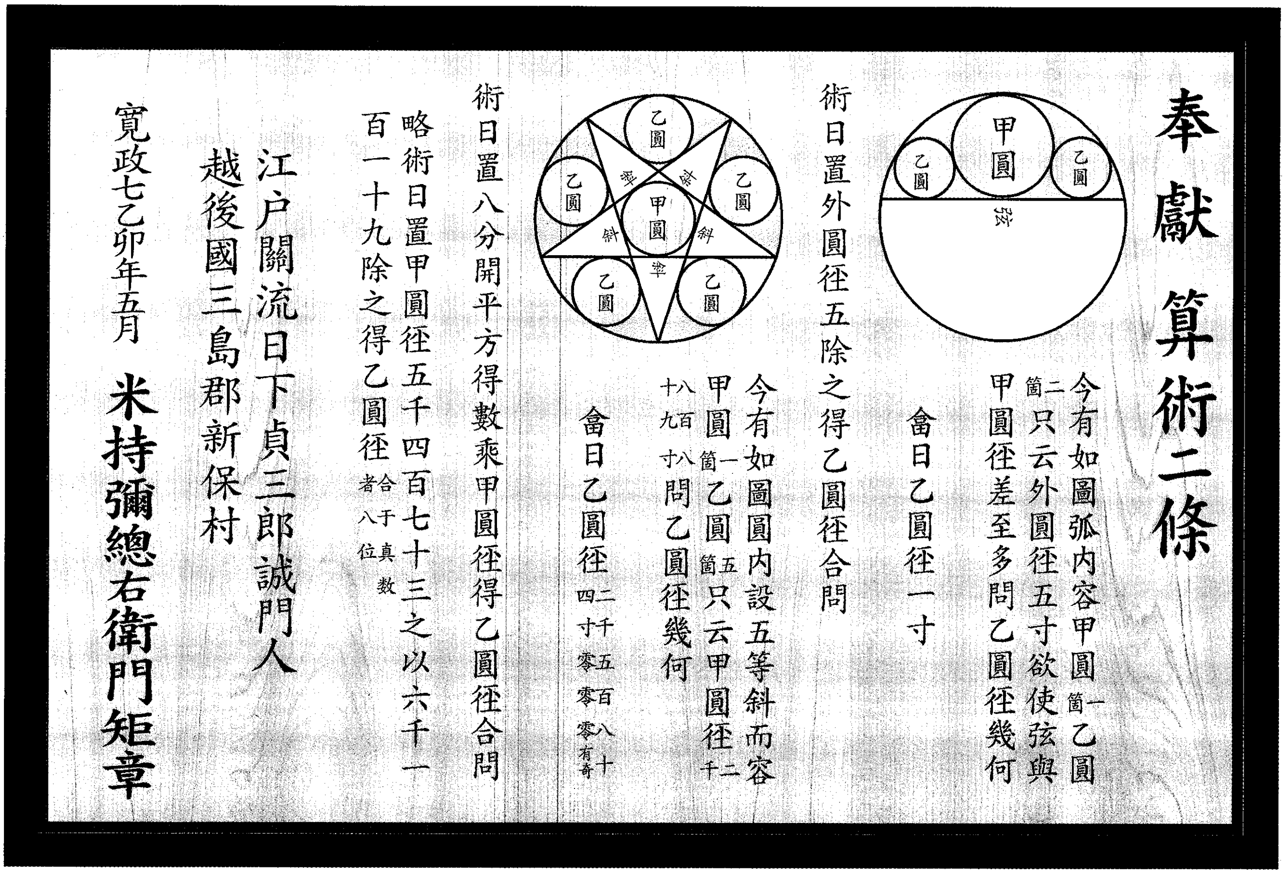

図2-1　椎谷観音堂算額復元図

3．額文の解説

3．1 額文の書下し文

額文の書下し文を一案として書き，その現代語訳を示す．和算の用語については説明をしないが，現代語訳と比較すれば，その意味が分かる．

第一問

今，図の如く弧の内に甲円一個，乙円二個を容るる有り．只し云ふ，外円径五寸．弦と甲円径との差を至多にせしまんと欲す．乙円径幾何かを問ふ．

答に曰く，乙円径一寸．

術に曰く，外円径を置き，これを五で除し，乙円径を得て問ひに合す．

第二問

今，図の如く円の内に五等斜を設け，甲円一個，乙円五個を容るる有り．只し云ふ，甲円径二千八百八十九寸．乙円径幾何かを問ふ．

答に曰く，乙円径二千五百八十四寸零零零有奇．

術に曰く，八分を置き，平方に開き数*1を得る．甲円径を乗じ，乙円径を得て問ひに合す．

略術に曰く，甲円径を置き，これを五千四百七十三たびし，六千一百一十九を以つて之を除し，乙円径を得る．真数は八位に合ふ．

注

*1 内藤忠辰校，中村時万編の『賽祠神算』[4]が伝えられている．これは算額集であり，この巻之二に椎谷観音堂の算額が記載されている．そこでは，「数」ではなく「商」となっている．和算では通常，平方根は商という．

3．2 現代語訳

第一問

図のように弧の中に甲円 1 個と乙円 2 個がある．ただし，外円の直径は 5 寸とする．このとき，弦と甲円の直径との差を最大にしたい．乙円の直径はい

くらか.

答. 乙円の直径は1寸である.

解. 外円の直径を5で除し, 乙円の直径を得る. 答は題意に合う.

第二問

図のように円の中に五角形と甲円1個, 乙円5個がある. ただし, 甲円の直径は 2889 寸とする. 乙円の直径はいくらか.

答. 乙円の直径は2584.000寸と余りが出る.

解. 0.8 の平方根を求め, それに甲円の直径を掛け, 乙円の直径を得る. 答は題意に合う.

近似解. 甲円の直径を5473倍し, それを6119で割って, 乙円の直径を得る. 真数とは8位まで一致する. 答は題意に合う.

3. 3 奥付について

額文の奥付で, 日下貞三郎誠とあるが, 多くの文献では日下貞八郎誠となっている[4) 15)]. その理由は不明である.

4. 術の解説

4. 1 第一問について

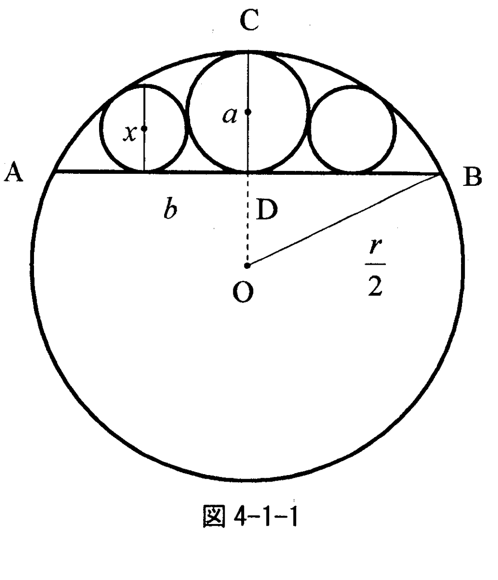

図 4-1-1

図 4-1-1 において

r : 円Oの直径, a : 甲円の直径

b : 弦ABの長さ, x : 乙円の直径

と置く. まず, 弦と甲円の直径との差$b-a$を最大にするa,bを求める[*2].

ΔBODについて, 三平方の定理より

$$(\frac{b}{2})^2+(\frac{r}{2}-a)^2=(\frac{r}{2})^2$$

したがって

$$4ar-4a^2=b^2 \tag{1.1}$$

一方

$$a+(b-a)=b$$

両辺を2乗して

$$a^2+2a(b-a)+(b-a)^2=b^2 \tag{1.2}$$

(1.1)(1.2)より

$$5a^2+(2(b-a)-4r)a+(b-a)^2=0$$

$k=b-a$と置いて

$$5a^2+(2k-4r)a+k^2=0 \tag{1.3}$$

(1.3)においてaを定めれば, (1.3)より弦と甲円の直径との差kが定まる.

そこで, (1.3)において, 実数解aが存在するような定数項k^2の最大値を求める.

適尽方級法[*3]により, 定数項k^2が最大となるための条件は

$$10a+(2k-4r)=0 \tag{1.4}$$

である. (1.4)をa倍したものから(1.3)を引くと

$$5a^2-k^2=0 \tag{1.5}$$

aとkは正なので

$$\sqrt{5}a-k=0 \tag{1.6}$$

(1.4)を2で割ったものに(1.6)を加えて

$$5a+\sqrt{5}a-2r=0$$

したがって

$$a=\frac{2}{5+\sqrt{5}}r=\frac{5-\sqrt{5}}{10}r$$

$0<a<\frac{r}{2}$なので, これは題意に合う. このとき, (1.5)より定数項の最大値は$k^2=5a^2$であり, 弦と甲円の直径との差の最大値は

$$k=\sqrt{5}a=\frac{\sqrt{5}-1}{2}r$$

である. このとき

$$AB=b=a+k=\frac{2\sqrt{5}}{5}r,\ CD=a=\frac{5-\sqrt{5}}{10}r \tag{1.7}$$

となる.

次に, 乙円の直径xを求める.

和算書に載っている, 次の公式を用いる[*4].

下の図 4-1-2 のように，外接する直径が a, b の円の共通外接線の長さは

$$AB=\sqrt{ab}$$

で与えられる．

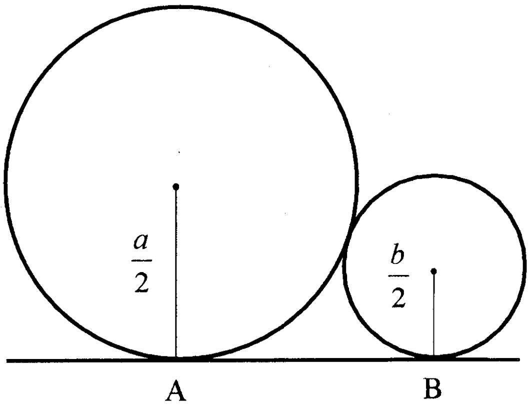

図 4-1-2

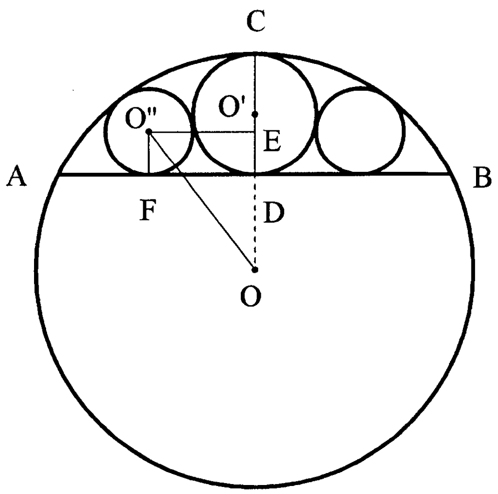

図 4-1-3

図 4-1-3 において，公式より

$$O''E=FD=\sqrt{ax}$$

$\Delta OEO''$ について，三平方の定理*5 より

$$(\frac{r}{2}-a+\frac{x}{2})^2+(\sqrt{ax})^2=(\frac{r}{2}-\frac{x}{2})^2$$

これを整理すると

$$x=a-\frac{a^2}{r} \tag{1.8}$$

(1.7) より，$a=\dfrac{5-\sqrt{5}}{10}r$ なので，(1.8) に代入して

$$x=\frac{r}{5}$$

$r=5$ を代入して

$$x=1$$

を得る．

注

*2 弦と甲円の直径との差 $b-a$ を最大にする問題は，蒼柴神社の算額の第三問の前半と同一である．前著[5]と同様に，日下誠閲，和田寧編の『適尽題寄消適当本術解』[16]の解法に依って説明する．

*3 貞享 2 年(1685 年)に関孝和が著した『開方翻変之法』の中に「適尽方級法」がある[17,18]．その概略について，前著[5]で説明した．

*4 天保 12 年(1841 年)に，長谷川弘閲，山本賀前編の『算法助術』が出版された[19]．この本は，和算の基本事項を纏めたもので，105 個の公式が載っている．その中の第 41 番目の公式である．算額の年代が先になるが，これは基本的な公式であり，和算家にとってはよく知られていたものと思われる．公式は，容易に証明できる．

*5 三平方の定理は，鉤股の術または鉤股弦の術としてよく知られていた．

4．2 第二問について

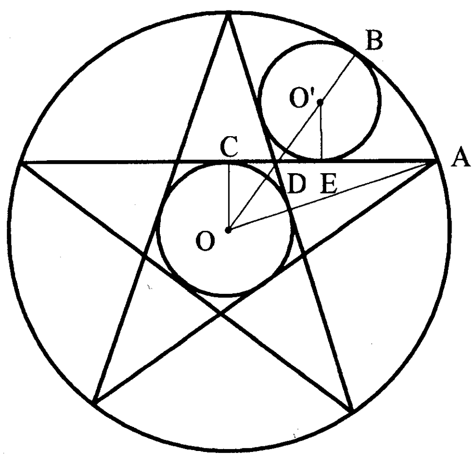

図 4-2-1

図 4-2-1 において

a：甲円 O の直径，x：乙円 O' の直径

と置く．

和算書に載っている，次の公式を用いる*6．

下の図 4-2-2 の正五角形において，$AB=1$ とすると，

$$EF=\frac{\sqrt{5}+1}{4},\quad BG=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

である．

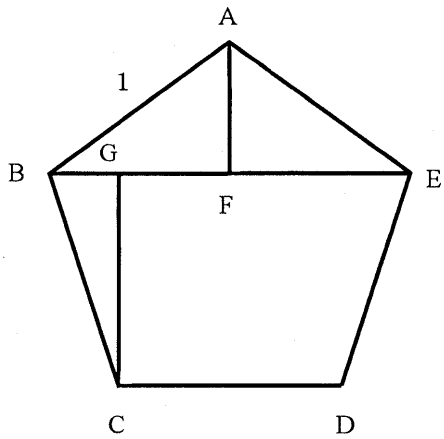

図 4-2-2

図 4-2-1 の ΔACO と図 4-2-2 の ΔCGB は相似であるので

$$OB=OA=(\frac{a}{2})/(\frac{\sqrt{5}-1}{4})=\frac{\sqrt{5}+1}{2}a \qquad (2.1)$$

同様に，図 4-2-1 の $\Delta DCO, \Delta DEO'$ と図 4-2-2 の ΔAFE は相似であるので

$$OD=(\frac{a}{2})/(\frac{\sqrt{5}+1}{4})=\frac{\sqrt{5}-1}{2}a \qquad (2.2)$$

$$DO'=(\frac{x}{2})/(\frac{\sqrt{5}+1}{4})=\frac{\sqrt{5}-1}{2}x \qquad (2.3)$$

また

$$O'B=\frac{x}{2} \qquad (2.4)$$

$OB=OD+DO'+O'B$ なので(2. 1)−(2. 4)より

$$\frac{\sqrt{5}+1}{2}a=\frac{\sqrt{5}-1}{2}a+\frac{\sqrt{5}-1}{2}x+\frac{x}{2} \qquad (2.5)$$

(2. 5)より

$$x=\frac{2}{\sqrt{5}}a$$

$a=2889$ なので，$x=\frac{2}{\sqrt{5}}\times 2889\approx 2584.000154$ である．

$$\frac{2}{\sqrt{5}}\approx\frac{5473}{6119}$$

で近似して*7，$x\approx 2584.000163$ となり 8 位まで一致する．

注

*6 この公式は，『算法助術』[19] の中の第 3 番目の公式である．証明を簡単に述べる．

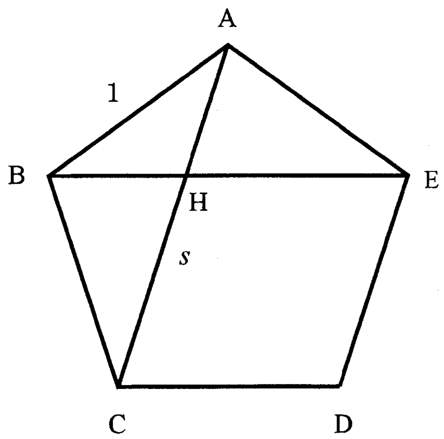

図 4-2-3

図 4-2-3 において，$AB=1, AC=s$ と置く．$CB=CH$ より，$AH=s-1$．$\Delta ABC \backsim \Delta AHB$ より，$AB/AC=AH/AB$．

これから，$s=(\sqrt{5}+1)/2$．したがって，図 4-2-2 において，$EF=(\sqrt{5}+1)/4$．

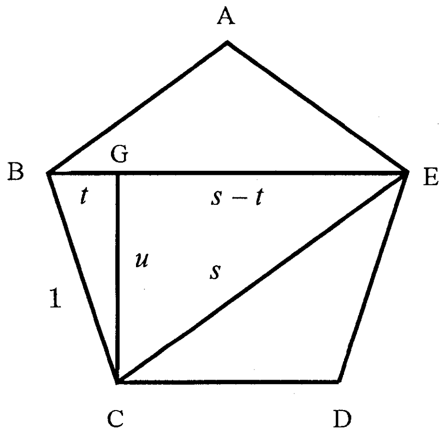

図 4-2-4

図 4-2-4 において，$BC=1$，$CE=s$，$BG=t$，$CG=u$ と置く．三平方の定理より，

$$\begin{cases} t^2+u^2=1 \\ (s-t)^2+u^2=s^2 \end{cases}$$

これを解いて，$t=1/(2s)=(\sqrt{5}-1)/4$．したがって，$BG=(\sqrt{5}-1)/4$．

*7 次のように，$2/\sqrt{5}$ を連分数により近似する．

$$\frac{2}{\sqrt{5}}\approx\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{2}}}}}}}=\frac{5473}{6119}$$

謝辞: 卒業研究において，算額復元作業に協力してくれました高橋悠君に感謝します.

また，復元図の作成にあたり長岡高専技術協力会から助成金を頂きました．謝意を表します.

参考文献

1) 道脇義正，八田健二: 新潟の算額，1967 年.
2) 新潟県編: 新潟県史 通史編 5，1988 年.
3) 深川英俊: 日本の数学と算額，森北出版，1998 年.
4) 内藤忠辰校，中村時万編：賽祠神算(天保 2 年)，1831 年.
5) 涌田和芳，外川一仁：長岡蒼柴神社の算額，長岡工業高等専門学校紀要第 42 巻第 2 号，pp. 1-8，2006 年.
6) 三上義夫: 文化史上より見たる日本の数学，岩波文庫， 1991 年.
7) 深川英俊，ダン・ペドー: 日本の幾何 ー 何題解けますか？， 森北出版，1991 年.
8) 深川英俊，ダン・ソコロフスキー: 日本の数学ー何題解けますか？（上）（下)，森北出版，1994 年.
9) 小倉金之助: 日本の数学，岩波新書，1940 年.
10) 佐藤健一: 日本人と数 江戸庶民の数学，東洋書店，1994 年.
11) 大矢真一: 和算入門，日本評論社，1987 年.
12) 佐藤健一: 新和算入門，研成社，2000 年.
13) 小川束，平野葉一: 講座数学の考え方 24 数学の歴史，朝倉書店，2003 年.
14) 伊藤洋美: 手づくり選択数学 5 おもしろ和算，明治図書，2003 年.
15) 日本学士院編：日本学士院所蔵 和算資料目録，岩波書店，2002 年.
16) 日下誠閲，和田寧編: 適尽題寄消適当本術解（文政 4 年)，1821 年.
17) 加藤平左エ門: 和算ノ研究 方程式論，日本学術振興会，1955 年.
18) 加藤平左エ門: 算聖関孝和の業績，槙書店 1972 年.
19) 深川英俊校注: 算法助術(復刻)，朝日新聞社事業部名古屋企画事業チーム，2005 年.

(2007. 8. 29 受付)