

論 文

# 運動座標系における流れの支配方程式の導出と 移動重合格子法による流れ場の数値解析

山岸真幸<sup>1</sup>

<sup>1</sup>機械工学科 (Department of Mechanical Engineering, Nagaoka National College of Technology)

DERIVATION OF THE GOVERNING EQUATION IN A MOVING  
COORDINATE SYSTEM AND NUMERICAL SIMULATION OF THE FLOW  
FIELD WITH THE MOVING OVERSET GRID METHOD

Masaki YAMAGISHI<sup>1</sup>

## Abstract

Numerical simulation is useful for the analysis of a complex flow field. The governing equations are referred mainly to the coordinate system fitted on the solid body. In this study, the governing equation in a moving coordinate system was derived to solve the flow around the oscillated body. The derivate equation was then applied to the numerical analysis of the flow around the oscillated flat plate. In that application, the moving oversight grid method was used. From the results of the calculation, the flow around the forced-oscillating flat plate was obtained.

*Key Words : numerical simulation, moving coordinate system, moving oversight grid method, oscillating body*

## 1. 緒言

流体中に物体を配置した際、物体が振動することがある。この流体振動はタコマ橋の崩落事故や高速増殖炉「もんじゅ」の冷却用液体ナトリウム漏洩事故に見られるように、機械構造物の破損・破壊を引き起こす。また物体の振動により励起された流体渦構造とその放出は、気体流の場合「音」の原因となり、騒音の発生や不快感を引き起こす。したがって工業面では、これまで振動を抑制することに力が注がれてきた。

しかし、時として機器の破損を引き起こすほどの振動を逆に利用できれば、まったく新しいエネルギー源として活用できるものと考えられる。この場合、安定かつ制御が容易な振動が求められる。この振動エネルギーを励起する構造体として、著者らは一様

流中で自励振動する多関節平板を考案し、その振動形態について調査してきた<sup>1,2)</sup>。多関節平板は、復元力を持たない関節で連結された平板群で、振動に要するエネルギーはすべて流体から受ける。このような振動体に関する研究は現在のところ見当たらない。類似の研究として、シーートのばたつきに関する研究<sup>3)</sup>、旗のはためきに関する実験<sup>4)</sup>がある程度である。この多関節平板の振動形態および原理を明らかとするためには、周囲の流れの性情を調査する必要がある。しかし、物体が振動するため、計測器の受感部を接近させることは困難であり、物体近傍の流れを計測することは不可能である。一方非接触の光学系計測器も、振動する物体の影となったり、反射光が回帰しないなどの問題により、計測が行えない。さらに流れ構造が3次元的となるため、実験での計測は極めて困難である。これに対し数値計算によるシ

ミュレーションは、同時刻の空間情報が得られるため、このような振動体周りの調査には有用である。

本論文は、数値解析により流れの調査を行うに当たり、振動体と共に移動する運動座標系における流れの基礎式を導出することを目的としている。また、一様流中で振動する多関節平板周りの流れを計算する上での解析方法について、特に移動重合格子法について検討する。最後に数値解析結果について考察する。

## 2. 運動座標系

### 2. 1 相対運動

固定座標系を  $(O - x, y, z)$ 、単位基底ベクトルを  $i, j, k$  とする。また、この固定座標系に対して、座標原点  $A$  (固定系から見た位置ベクトル  $r_A$ ) が運動しており、固定座標系での原点  $A$  の座標を  $(x_A, y_A, z_A)$  とする。そして、ある軸の周りを回転している座標系を  $(A - X, Y, Z)$  とし、この運動座標系の単位基底ベクトルを  $e_1, e_2, e_3$  とする。

運動している点  $P$  の位置ベクトルは、図1のように固定系で  $r$ 、運動系で  $r'$  と表される。

$$\begin{aligned} r &= r_A + r' \\ &= (x_A i + y_A j + z_A k) + (X e_1 + Y e_2 + Z e_3) \end{aligned} \quad (1)$$

したがって点  $P$  の速度  $v$  は

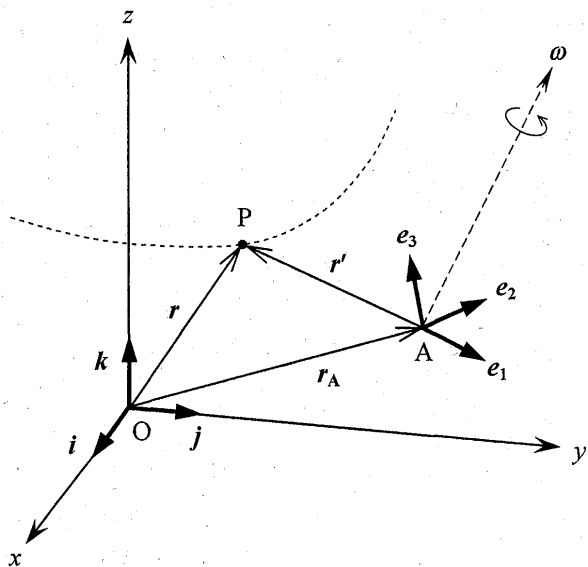


図1 運動座標系

$$\begin{aligned} v &= \frac{dr}{dt} = \frac{dr_A}{dt} + \frac{dr'}{dt} \\ &= \left( \frac{dx_A}{dt} i + \frac{dy_A}{dt} j + \frac{dz_A}{dt} k \right) \\ &\quad + \left( \frac{dX}{dt} e_1 + \frac{dY}{dt} e_2 + \frac{dZ}{dt} e_3 \right) \\ &\quad + \left( X \frac{de_1}{dt} + Y \frac{de_2}{dt} + Z \frac{de_3}{dt} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

となる。右辺第1項は、固定系から見た原点  $A$  の速度、第2項は運動系から見た点  $P$  の速度であり、それぞれ  $v_A, v'$  とする。また第3項は運動系の基底ベクトルが変化することによる見かけの速度である。今、運動座標系が原点  $A$  を通る軸周りに回転しているとすると、

$$\frac{de_i}{dt} = \omega \times e_i \quad (3)$$

である。ここで  $\omega$  は回転軸周りの角速度ベクトルである。したがって式(2)右辺第3項は

$$\begin{aligned} X \frac{de_1}{dt} + Y \frac{de_2}{dt} + Z \frac{de_3}{dt} &= \omega \times (X e_1 + Y e_2 + Z e_3) \\ &= \omega \times r' \end{aligned} \quad (4)$$

となる。よって式(2)は

$$v = v_A + v' + \omega \times r' \quad (5)$$

となる。

さらに、固定系から見た点  $P$  の加速度  $a$  は

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv}{dt} \\ &= \frac{dv_A}{dt} + \frac{dv'}{dt} + \frac{d}{dt}(\omega \times r') \\ &= \frac{dv_A}{dt} + \frac{dv'}{dt} + \frac{d\omega}{dt} \times r' + \omega \times \frac{dr'}{dt} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、式(2)および(4)より

$$\frac{dr'}{dt} = v' + \omega \times r' \quad (7)$$

であるので、式(6)は

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv_A}{dt} + \frac{dv'}{dt} + \frac{d\omega}{dt} \times r' + \omega \times (v' + \omega \times r') \\ &= \frac{dv_A}{dt} + \frac{dv'}{dt} + \frac{d\omega}{dt} \times r' + \omega \times v' + \omega \times (\omega \times r') \end{aligned} \quad (8)$$

となる。

## 2. 2 座標変換

### 2. 2. 1 座標軸の平行移動

固定座標系 (O - x, y, z) の各座標軸を平行移動し、新たな座標系を (O' - x', y', z') とする。空間の任意の点 P の O に関する位置ベクトルを  $r$ , O' に関する位置ベクトルを  $r'$  とすれば,

$$r' = r - b \quad (9)$$

ここで,  $b$  は座標原点 O' の O に関する位置ベクトルである。点 P の固定座標系 O と移動座標系 O' に関する座標をそれぞれ (x, y, z), (x', y', z') とし,  $b$  の固定座標系に関する成分を (x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>, z<sub>0</sub>) とすれば,

$$x' = x - x_0, \quad y' = y - y_0, \quad z' = z - z_0 \quad (10)$$

これが座標軸の平行移動による座標変換の式である。

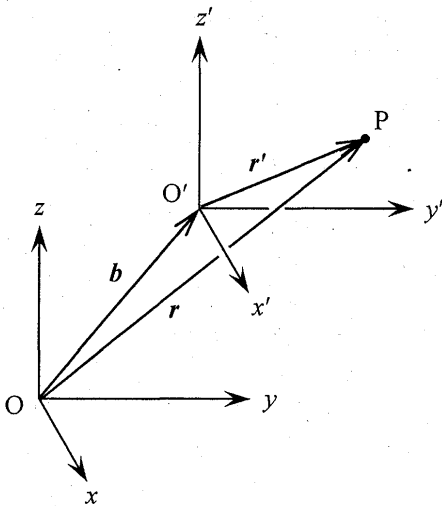


図2 座標の平行移動

### 2. 2. 2 座標軸の回転

図3の様に, 原点を通る軸周りに回転する座標系から固定座標系への座標変換を考える。固定座標系の単位基底ベクトルを  $i, j, k$ , 回転座標系の単位基底ベクトルを  $e_1, e_2, e_3$  とする。このとき, 固定座標系から回転座標系への座標変換を

$$\begin{aligned} e_1 &= a_{11}i + a_{21}j + a_{31}k \\ e_2 &= a_{12}i + a_{22}j + a_{32}k \\ e_3 &= a_{13}i + a_{23}j + a_{33}k \end{aligned} \quad (11)$$

とする。行列表記を用いると

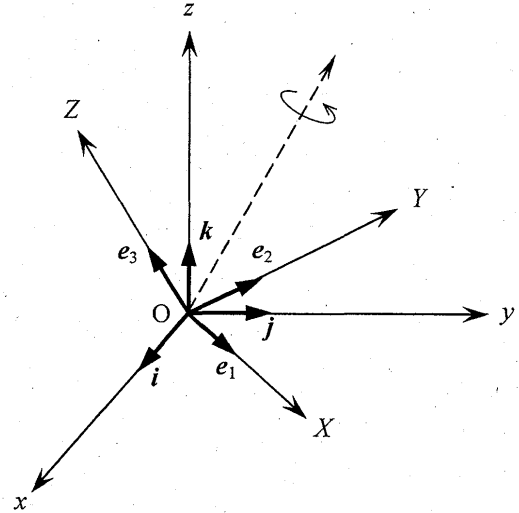


図3 座標の回転

$$\begin{aligned} (e_1 \ e_2 \ e_3) &= (i \ j \ k) \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \\ &= (i \ j \ k) A \end{aligned} \quad (12)$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{31} \\ a_{21} & a_{22} & a_{32} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (13)$$

行列  $A$  を座標変換行列と呼ぶ。回転座標系から固定座標系への座標変換が成り立つためには, 逆変換が成立しなくてはならず, すなわち座標変換行列  $A$  の逆行列  $A^{-1}$  が存在しなくてはならない。さらに,  $e_1, e_2, e_3$  は互いに直交する単位ベクトルであるため,

$$e_1 \cdot e_1 = e_2 \cdot e_2 = e_3 \cdot e_3 = 1 \quad (14)$$

$$e_1 \cdot e_2 = e_2 \cdot e_3 = e_3 \cdot e_1 = 0 \quad (15)$$

とならなくてはならない。これを満たす行列  $A$  の条件は

$$A^T A = E \quad \text{または} \quad A^T = A^{-1}$$

である。このような行列  $A$  を直交行列と呼ぶ。

図4に示すように, 基底ベクトル  $e_1$  が基底ベクトル  $i, j, k$  となす角をそれぞれ  $\theta_{11}, \theta_{21}, \theta_{31}$  とすると,

$$\begin{aligned} i \cdot e_1 &= |i||e_1| \cos \theta_{11} = \cos \theta_{11} \\ j \cdot e_1 &= |j||e_1| \cos \theta_{21} = \cos \theta_{21} \\ k \cdot e_1 &= |k||e_1| \cos \theta_{31} = \cos \theta_{31} \end{aligned} \quad (16)$$

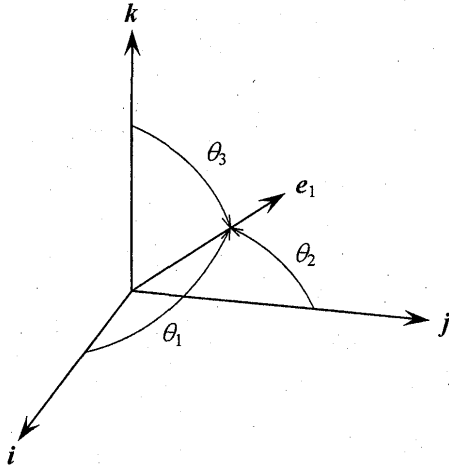


図4 基底ベクトルと方向余弦

である. 同様に基底ベクトル  $e_2, e_3$  に関しては

$$\begin{aligned} i \cdot e_2 &= |i||e_2| \cos \theta_{12} = \cos \theta_{12} \\ j \cdot e_2 &= |j||e_2| \cos \theta_{22} = \cos \theta_{22} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} k \cdot e_2 &= |k||e_2| \cos \theta_{32} = \cos \theta_{32} \\ i \cdot e_3 &= |i||e_3| \cos \theta_{13} = \cos \theta_{13} \\ j \cdot e_3 &= |j||e_3| \cos \theta_{23} = \cos \theta_{23} \\ k \cdot e_3 &= |k||e_3| \cos \theta_{33} = \cos \theta_{33} \end{aligned} \quad (18)$$

よって  $\cos \theta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) は方向余弦である. 式(11), (16)より

$$\begin{aligned} i \cdot e_1 &= a_{11}i \cdot i + a_{21}i \cdot j + a_{31}i \cdot k \\ &= a_{11} \\ &= \cos \theta_{11} \\ j \cdot e_1 &= a_{11}j \cdot i + a_{21}j \cdot j + a_{31}j \cdot k \\ &= a_{21} \\ &= \cos \theta_{21} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} k \cdot e_1 &= a_{11}k \cdot i + a_{21}k \cdot j + a_{31}k \cdot k \\ &= a_{31} \\ &= \cos \theta_{31} \end{aligned}$$

となる. 同様に,

$$\begin{aligned} a_{12} &= \cos \theta_{12}, & a_{13} &= \cos \theta_{13} \\ a_{22} &= \cos \theta_{22}, & a_{23} &= \cos \theta_{23} \\ a_{32} &= \cos \theta_{32}, & a_{33} &= \cos \theta_{33} \end{aligned} \quad (20)$$

となる. したがって,

$$a_{ij} = \cos \theta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (21)$$

であることが分かる. ここで式(13), (19), (20)より, 座標変換行列  $A$  は

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta_{11} & \cos \theta_{12} & \cos \theta_{13} \\ \cos \theta_{21} & \cos \theta_{22} & \cos \theta_{23} \\ \cos \theta_{31} & \cos \theta_{32} & \cos \theta_{33} \end{pmatrix} \quad (22)$$

となる.

今, 位置ベクトル  $r$  を固定座標系及び回転座標系において

$$r = xi + yj + zk = Xe_1 + Ye_2 + Ze_3 \quad (23)$$

とすると, 式(11)より

$$\begin{aligned} Xe_1 + Ye_2 + Ze_3 &= X(a_{11}i + a_{21}j + a_{31}k) \\ &\quad + Y(a_{12}i + a_{22}j + a_{32}k) \\ &\quad + Z(a_{13}i + a_{23}j + a_{33}k) \\ &= (Xa_{11} + Ya_{12} + Za_{13})i \\ &\quad + (Xa_{21} + Ya_{22} + Za_{23})j \\ &\quad + (Xa_{31} + Ya_{32} + Za_{33})k \\ &= xi + yj + zk \end{aligned} \quad (24)$$

したがって, 座標変換は

$$\begin{aligned} x &= Xa_{11} + Ya_{12} + Za_{13} \\ y &= Xa_{21} + Ya_{22} + Za_{23} \\ z &= Xa_{31} + Ya_{32} + Za_{33} \end{aligned} \quad (25)$$

または,

$$\begin{aligned} X &= xa_{11} + ya_{21} + za_{31} \\ Y &= xa_{12} + ya_{22} + za_{32} \\ Z &= xa_{13} + ya_{23} + za_{33} \end{aligned} \quad (26)$$

で行われる. 式(26)を行列表記すると

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (27)$$

である.

### 3. 運動座標系におけるナビエ・ストークス方程式の導出

固定座標系における非圧縮ナビエ・ストークス方程式は、

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (28)$$

である。本章では運動座標系における非圧縮ナビエ・ストークス方程式を導出する。

相対運動に関する式(5), (8)は、運動する点 P についてのラグランジュ表記である。ナビエ・ストークス方程式における速度・加速度は任意の点 P におけるオイラー表記としなくてはならない。今、固定座標系 (O - x, y, z) における点 P の座標値 (x, y, z) は時間 t に関して独立変数である。したがって、オイラー表記では、点 P の速度  $\mathbf{v} = ui + vj + wk$  の各方向成分の時間微分は

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt} \\ &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} u + \frac{\partial u}{\partial y} v + \frac{\partial u}{\partial z} w \\ &= \frac{Du}{Dt} \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{dz}{dt} \\ &= \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} u + \frac{\partial v}{\partial y} v + \frac{\partial v}{\partial z} w \\ &= \frac{Dv}{Dt} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} &= \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{dz}{dt} \\ &= \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} u + \frac{\partial w}{\partial y} v + \frac{\partial w}{\partial z} w \\ &= \frac{Dw}{Dt} \end{aligned}$$

となる。ここで、

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (30)$$

であり、式(30)をラグランジュ微分という。式(29)より速度  $\mathbf{v}$  の時間微分は

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \frac{D\mathbf{v}}{Dt} \quad (31)$$

となる。同様に運動座標系 (A - X, Y, Z) における点 P の速度  $\mathbf{v}' = u'e_1 + v'e_2 + w'e_3$  について、時間微分は

$$\frac{d\mathbf{v}'}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla \mathbf{v}' = \frac{D\mathbf{v}'}{Dt} \quad (32)$$

となる。

一方、固定座標系から見た運動座標系の座標原点 A の位置  $\mathbf{r}_A$  は、時間 t によってのみ決まる従属変数である。ゆえに速度  $\mathbf{v}_A$  の時間微分は常微分となる。さらに式(5)より

$$\nabla \mathbf{v} = \nabla \mathbf{v}_A + \nabla \mathbf{v}' + \nabla(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}') = \nabla \mathbf{v}' \quad (33)$$

$$\nabla^2 \mathbf{v} = \nabla^2 \mathbf{v}' \quad (34)$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} \nabla &= \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \\ &= \frac{\partial}{\partial X} \mathbf{e}_1 + \frac{\partial}{\partial Y} \mathbf{e}_2 + \frac{\partial}{\partial Z} \mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (35)$$

である。

以上より、回転しながら移動する運動座標系 (A - X, Y, Z) におけるナビエ・ストークス方程式は、式(28)に式(8), (32), (33), (34)を代入し、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla \mathbf{v}' + \frac{d\mathbf{v}_A}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r}' \\ + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}') \\ = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v}' \end{aligned} \quad (36)$$

と表わされる。

## 4. 数値解析法

### 4.1 移動重合格子法

計算領域を格子状に細分し、格子点上で基礎方程式を解く有限体積法では、物体壁面を格子に一致させる。移動壁面を有する場合は、毎時間ごとに計算格子を再構成する ALE 法<sup>5, 6)</sup> (Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method) か、壁面をまたぐ格子線上で評価する手法<sup>7)</sup>が用いられる。しかし、これらの方法はいずれも物体壁面の変形・移動が小さい場合に適用される。多関節平板は変位角が  $\pm\pi/2$  にも及ぶため<sup>1, 2)</sup>、これらの手法は適用できない。一方、格子を用いず、有限の渦度を持つ流体粒子をラグランジュ的に追跡する離散渦法<sup>8)</sup>は、振動物体周りの

流れ解析に良く用いられる。この離散渦法はポテンシャル流理論に基づくため、流体の粘性はモデルにより導入される。一様流中で自励振動する物体は、その加振力を流体力より受けており、流体の粘性を無視することはできない。したがって流れの基礎式を、モデルを用いずに直接計算する有限体積法を採用した。

本研究では、大振幅に対応するため、一様流を主格子とし、自励振動する多関節平板周りに補助格子を生成する、移動重合格子法<sup>9,10)</sup>を用いた。補助格子は平板の運動に合わせて移動する。主格子では平板近傍の計算は行わず、補助格子の計算値を境界条件として与える。同様に補助格子では計算領域外周の境界条件を、主格子における計算値から得る。ただし、両格子間では、計算格子点は一致しないため、図5のように格子点上の物理量を得る。実線は主格子、破線は補助格子を示す。図中「○」が主格子上で物理量を求める点P、「●」は補助格子上で「○」を取り囲む4点で、それぞれ点A, B, C, Dとする。4点A, B, C, Dは格子のセルを形成する。これら4点A, B, C, D上の物理量より、点Pにおける物理量を内挿する。今、求める物理量を $f$ とすると、点Pでの物理量 $f_P$ は

$$f_P = (f_A - f_B - f_C + f_D)(x - x_A)(y - y_A) + (f_B - f_A)(x - x_A) + (f_D - f_A)(y - y_A) + f_A \quad (37)$$

で内挿される。ここで、 $(x, y)$ は点Pの座標、 $(x_A, y_A)$ は点Aの座標を表す。補助格子の境界上での物理量も同様にして主格子より得られる。なお本計算のよ

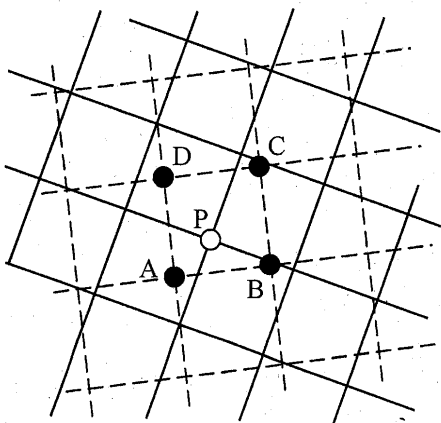


図5 補助格子から主格子への物理量の内挿

うに、補助格子が主格子に対し移動する場合、点Pを取り囲む4点A, B, C, Dの座標は、その都度求め直す必要がある。このとき各格子間で2.2節で述べた座標変換を施す。また速度のようなベクトル量に関しては、各座標系での方向成分に変換する。速度については、式(5)より各座標系での相対速度に換算する。

本研究では、多関節平板周りの流れを対象とする。多関節平板は複数軸で連結された平板群のことで、一様流中で自励振動を行う。図6に示すように、平板周りを運動座標系、主流域を固定座標系で計算する移動重合格子法で計算を行う。対象とする多関節平板は、一辺の長さが $H$ の正方形平板を3枚連結したものである。このため、各平板を別々の運動座標系において計算する。なお各プレートを上流側よりプレート1, プレート2, プレート3と呼称する。

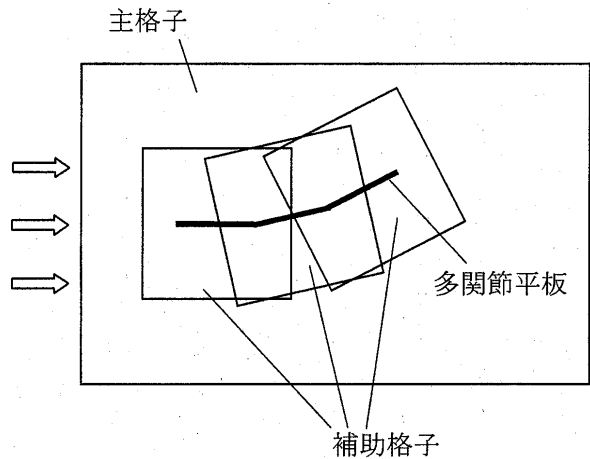


図6 重合格子法による多関節平板周りの格子形成

#### 4.2 流れの基礎式と数値解法

多関節平板の回転軸を $z$ 軸方向に取り、2次元において計算を行う。多関節平板は有限幅であり、流れ構造も3次元構造となる。したがって本来3次元計算を行うべきであるが、3次元では計算容量が増大するため、今回は $z$ 軸方向無限の2次元計算を行った。この場合、平行移動しつつ $z$ 軸に平行な軸周りに角度 $\theta$ 回転したときの運動座標系への座標変換は、式(10), (22), (27)より

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \\ z \end{pmatrix} \quad (38)$$

で表される。なお、プレート1は平行移動を伴わないため、 $x_A = y_A = 0$ である。また式(5)、(12)より、運動座標系の相対速度への変換は

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u - u_A \\ v - v_A \\ 0 \end{pmatrix} \quad (39)$$

$$- \begin{pmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

で与えられる。

計算で用いる流れの支配方程式は、以下の2次元非圧縮のナビエ・ストークス方程式と連続の式である。

・固定座標系

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{v} \quad (40)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (41)$$

・運動座標系

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + \mathbf{v}' \cdot \nabla \mathbf{v}' + \frac{d\mathbf{v}_A}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r}' + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}') = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v}' \quad (42)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}' = 0 \quad (43)$$

いずれの式も、一様流速  $U_0$  および一枚の平板の辺の長さ  $H$  で無次元化しており、以下数値計算に関する記述において変数・物理量はすべて無次元とする。

主格子の計算領域は  $-3.0 \leq x \leq 7.0$ ,  $-3.0 \leq y \leq 3.0$ , 補助格子は  $-0.5 \leq x \leq 1.5$ ,  $-1.0 \leq y \leq 1.0$  である。

計算はMAC法 (Marker And Cell Method) に基づいて行った。時間前進の離散化には、2次精度のAdams-Bashforth法を適用し、空間離散には、対流項に3次精度風上差分、粘性項に2次精度中心差分、圧力項に2次精度中心差分を用いた。時間刻みを  $\Delta t = 0.0005$ , 空間刻みは  $\Delta x = \Delta y = 0.02$  とした。一様流速  $U_0$  および平板の辺の長さ  $H$  を基準としたレイノルズ数は、実験<sup>1,2)</sup>に合わせ  $\text{Re} = 7200$  とした。

多関節平板は一様流中で自励振動するため、流体力による変位の運動方程式を解き、平板の変位量を算出する<sup>10)</sup>必要がある。しかし本論文では、移動重

合格子法によるアルゴリズムの検討に主眼を置くため、変位量を直接与える強制振動で計算を行った。各平板の変位角  $\theta$  および角速度  $\omega$  は、実験値<sup>2)</sup>を参考に、表1の通り設定した。ただし角振動の最大値  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  は実験値の約1/2に設定した。

表1 各プレート変位量

	変位角 角速度
プレート1	$\theta_1 = a_1 \sin(\omega_0 t)$ $\omega_1 = a_1 \omega_0 \cos(\omega_0 t)$
プレート2	$\theta_2 = a_2 \sin(\omega_0 t - 0.4\pi)$ $\omega_2 = a_2 \omega_0 \cos(\omega_0 t - 0.4\pi)$
プレート3	$\theta_3 = a_3 \sin(\omega_0 t - 0.5\pi)$ $\omega_3 = a_3 \omega_0 \cos(\omega_0 t - 0.5\pi)$
$a_1 = 0.1\pi$ , $a_2 = 0.15\pi$ , $a_3 = 0.25\pi$ $\omega_0 = 2\pi f_0$ , $f_0 = 0.2$	

初期条件は、流れ場全体に一様流速  $u = 1.0$ ,  $v = 0.0$  を与えた。固定座標系の流出条件は、自由流出とした。多関節平板は、各運動座標系格子の上に滑り無し条件を与えることで再現している。

計算は、デルタ ワークステーション Precision 380 (CPU: HT テクノロジ Pentium4 3.6GHz, メモリ: 1GB 667 MHz) を用いて行った。コンパイラには富士通(株) Fortran & C Package の Fortran コンパイラを使用した。流れ場の観測は、初期条件が計算領域から流出し、多関節平板が2周期振動した 20000 step 後に行った。

## 5. 計算結果

数値解析の結果を図7に示す。図は渦度分布であり、多関節平板の角振動一周期的変化を示す。

図より、主格子と補助格子の境界の一部で速度の不連続が生じ、不自然な渦度分布が見られる。これは1step時間における補助格子の移動量が大きいため、計算過程において連続性を十分に回復できなかったものと考えられる。しかし、圧力に関しては格子間で不連続なく計算を行うことができた。

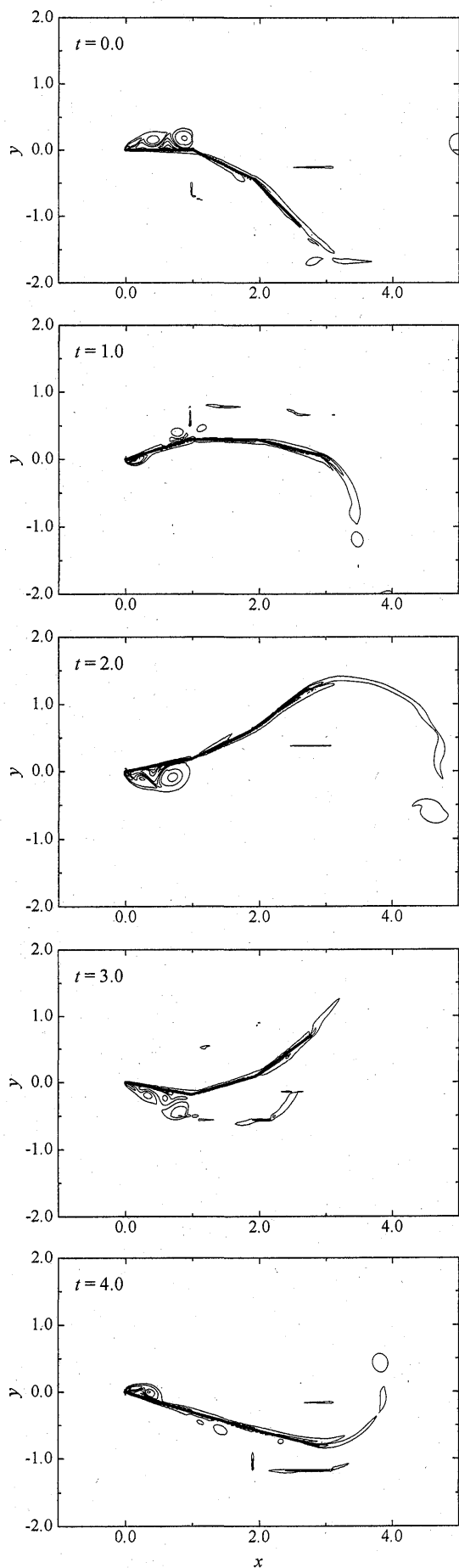


図7 多関節平板周りの渦度分布変化

## 6. 結論

一様流中で自励振動する多関節平板周りの数値計算を行うため、運動座標系における流れの基礎式を導出した。さらに、有限体積法による直接計算を行うため、移動重合格子法の適用を検討した。これらの結果を基に数値解析を行い、計算結果を得ることができた。しかし、格子間の物理量の連続性に関しては、改良の余地が残る。

謝辞：運動座標系における流れの基礎式の導出に関して、本校機械工学科 廣川純夫教授よりご助言をいただきました。ここに謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 吉野貴文, “流体振動を利用した風力発電デバイスの開発”, 2005年度長岡工業高等専門学校専攻科特別研究論文
- 2) 山岸真幸, 吉野貴文, 前田龍, “関節を有する平板の一様流中における振動特性の解明”, 長岡工業高等専門学校紀要, Vol.43, No.1, pp.11-16.
- 3) 例えば, 山口信行, 関口徹, 横田和彦, 辻本良信, “柔軟で薄いシート的高速気流中における挙動に関する研究”, 日本機械学会論文集, Vol.65, No.632, pp.1232-1239, 1999.
- 4) 佐藤浩, 斎藤博之助, 中村宏, “風の中のはためき”, 「境界層遷移の解明とその制御」研究会講演論文集, JAXA-SP-05-012, pp.23-26, 2006.
- 5) 定岡紀行, 梅垣菊男, “乱流場における流体・構造体連成振動解析手法の開発”, 日本機械学会論文集, Vol.60, No.570, pp.409-416, 1994.
- 6) 本田逸郎, 山王隆徳, 河南治, 川島陽介, “屈曲する平板周りの流れの数値的研究”, 日本機械学会論文集, Vol.72, No.713, pp.40-45, 2006.
- 7) 市川治, “境界位置を取り込む直交格子差分法による3次元移動境界問題の計算”, 第15回数値流体力学シンポジウム, E09-3, 2003.
- 8) 保原充, 大宮司久明 編, “数値流体力学 基礎と応用”, 東京大学出版会, pp.138-142, 1992.
- 9) 奥田和也, 徳永宏, “移動重畳格子と渦度・流れ関数法による容積形ポンプ内流れの数値計算”, 日本機械学会論文集, Vol.68, No.670, pp.1737-1744, 2002.
- 10) 小笠原和也, 黒田成昭, “重合格子法を用いた振動する円柱周りの流れの解析”, 第14回数値流体力学シンポジウム, C01-2.

(2007. 1. 19 受付)